

FOR REFERENCE

NOT TO BE TAKEN FROM THIS ROOM

UZAYDA YER TUTAN MAGNETİK YÜKLER VE BİR HADRON MODELİ

Halûk Beker

Bogazici University Library



14

39001100543662

Doçentlik Tezi

Eylül 1977

Ö Z E T

Coulomb kuvveti ile etkileşen iki nokta parçacığının oluşturduğu Kepler problemi büyük etkileşme sabitleri için çözülemektedir. Doğada var oldukları takdirde süper-kuvvetli etkileşeceklerine inanılan magnetik yüklü parçacıklarla ilgili problemler de bu güçlkle karşılaşmaktadırlar. Bu çalışmada magnetik yüklerin noktasal olmayıp uzayda belli bir yer kapladıkları varsayılmış; böylece Coulomb etkileşmesinden taviz vermeden Kepler probleminden ve onun hesap güçlüklerinden kurtulunabilmiştir. Elde edilen etkin potansiyelin relativistik olmayan, çok sıkı bağlı, anharmonik osilatör çözümleri bulunup, taban durumunun π^0 parçacığına karşı geldiği varsayılarak magnetik yüklerin yarıçapları ve kütleleri kestirilmiştir.

Daha sonra probleme elektrik yükü ve kütle asimetrisi getirilerek hadronların elektrik ve magnetik yük dağılımları incelenmiş, modelin önerdiği hadron yapısının bir magnetik dipol tabakası içinde düzgün bir elektrik yük dağılımı olduğu görülmüştür. Bu verilere dayanarak hadronların yapı çarpanı fonksiyonları ve kutuplaşma özellikleri hesaplanmıştır.

En son olarak da uyartılmış seviyeler incelenmiş, bir kütle spektrumu elde edilerek deneyle karşılaştırılmıştır.



Magnetik yükler konusunu bana tanıtan ve sevdiren değerli hocam Asım O. Barut'a teşekkür borçluyum. Boğaziçi Üniversitesi Fizik Bölümünde kardeşlik ve huzur dolu bir çalışma ortamı oluşturan çalışma arkadaşlarımdan katkıları büyük olmuştur.

İÇİNDEKİLER

I. SUNUŞ	1
II. MAGNETİK YÜKLERİN ELEKTRODİNAMİĞİ	5
III. CİRİM VE ETKİN POTANSİYEL	11
IV. SİSTEMİN TABAN DURUMU VE π^0 PARÇACIĞI	17
V. MADDENİN UZAYDA DAĞILIMI	23
VI. SİMETRİYİ BOZAN HALLER VE KABA BİR HADRON MODELİ	28
VII. HADRON - HADRON ETKİLEŞMELERİ	35
VIII. HADRONLARIN YAPI ÇARPANI FONKSİYONLARI VE KUTUPLAŞMA ÖZELLİKLERİ	43
IX. UYARTILMIŞ DURUMLAR	50
X. SONUÇ	54
KAYNAKLAR	58
EK 1: ELEKTROMAGNETİK AÇISAL MOMENTUM	60
EK 2: ETKİN POTANSİYEL	61
EK 3: TEDİRGEME HESAPLARI	66
EK 4: BİLGİSAYARLA SAYISAL DEĞERLENDİRME	68

EK 5:	ETKİN POTANSİYELİN FOURIER DÖNÜŞÜMÜ	69
EK 6:	MAGNETİK DİPOL TABAKASINA YAPILAN YAKLAŞTIRMANIN GEÇERLİLİĞİ	73
EK 7:	$V_{gg}(x)$ POTANSİYELİ	76
EK 8:	$\tilde{V}_{gg}(\chi)$ IN ELDE EDİLMESİ	81
EK 9:	$\tilde{V}_{oo}(\chi) = F_1(\chi) F_2(\chi) \tilde{V}_{..}(\chi)$ DENKLEMİ	82
EK 10:	HARMONİK OSİLATÖRLERDE KUTUPLAŞMA	83
EK 11:	KÜTLE SPEKTRUMU	84

I. SUNUŞ

Modern fizikte magnetik yük kavramı üzerine ilk eğilen Dirac olmuştur.¹ 1931 yılında yayınlanan bu yazıda magnetik yük elektrik yükün kuantize oluşunu açıklamak için kullanılmıştı. Onyediyıl süren bir durgunluk devresinde Dirac'ın ilk bulgularının değişik yollardan elde edilmesi ve magnetik yüklerin akademik problemleri ile yetinildi. 1948 yılında yayınlanan bir yazısında protonların magnetik yüklü temel parçacıklardan oluşabileceğini öneren Dirac ikinci büyük adımı da atmış oldu.² Bundan sonraki onbeş yıllık devrede daha çok magnetik yüklerin kuantum alanlar teorisi üzerinde durulduğu görölmektedir. Daha sonraları Carrigan ve Schiff SU(3) modelinde hadronların yapı-taşları olarak kullanılan kuark'lar ile magnetik yüklü parçacıkların özdeş olabileceklerini öne sürerek Dirac'ın önerisini yinelediler.^{3,4} 1969 yılında Schwinger yazdığı yarı popüler bir yazıda aynı öneriyi vurgulayarak hem elektrik hem magnetik yüklü parçacıklara Dion adını verdi.⁵ Magnetik yüklerle ilgili konular son yıllarda da teorik fiziğin aktif çalışma alanları

olarak kaldı ve bu çalışmalar kesin bir başarıya ulaşamamakla beraber, giderek saygınlık kazanarak, devam etmektedirler.⁶

Magnetik yük kullanan hadron modellerinin kesin bir başarıya ulaşamamasının ve SU(3) modeli kadar popüler olmasının nedenlerine eğilmek gerekir. İlk SU(3) modellerinde kendilerine uygun kuantum sayıları yakıştırılmış kuark'lar bir araya gelip parçacıklarda gözlenen kuantum sayılarını vermekte idiler. Bu kuark'ların neden bir arada durdukları ve nasıl etkileştikleri üzerinde durulmamıştı. Model yakın zamanlarda gluon örneği kavramlarla dinamik bir içerik kazanmışsa da bu dinamik hadron iç yapısına kesinlik getirememiştir. Dinamik içeriği kısıtlı bir modelin eleştiriye açık yanlarının da az olması doğaldır.

Buna karşın probleme daha iddialı bir yaklaşım olan magnetik yük modeli kuvvetli ve elektromagnetik etkileşmeleri birleştirmeyi amaçlamaktadır. Dayandığı dinamik, magnetik yükleri de kapsayacak şekilde genelleştirilmiş, Maxwell alan ve Lorentz kuvvet denklemlerinden oluşmaktadır. Hareket noktası böyle somut ve bilinen bir dinamik olan modelin aşılması çok zor hesap güçlükleri ile karşılaşması yadırganabilir. Nitekim magnetik yük modelinde en basit fiziksel durumlarda bile deneyle karşılaştırılabilecek kesin sayılar elde edilmemesi eleştiril-

mektedir. Bu hesap güçlüklerinin kökenleri üzerinde durmak yerinde olacaktır.

Magnetik yüklü parçacıklar şimdiye kadar gözlenemedikleri için kuantum sayıları hakkındaki bilgiler tahmin düzeyinde kalmaktadır. Herşeyden önce magnetik yükün büyüklüğünde bile tam bir anlaşma yoktur. Kullanılagelen $eg/\hbar c = (3)n/(2)$ yük kuantizasyon denkleminde parantez içindeki sayılar tartışmalı katsayıları belirtmektedir. En basit ifade benimsenerek $eg/\hbar c = 1$ ve dolayısıyla $\gamma = g^2/\hbar c \simeq 137$ olduğu varsayılabilir. Fizik açısından kuvvetli etkileşmeleri açıklamak iddiasında olan bir teorinin yapısında süper-kuvvetli etkileşmeler bulunması doğal ve umut vericidir. Öte yandan matematik güçlüklerin de kökeni gene bu 137 dolayındaki etkileşme sabitidir.

Bu güçlüğü görmek için bir magnetik yüklü parçacıkla anti-parçacığının bağlı durum problemi ele alınabilir. Öncelikle problemin relativistik olup olmadığını belirlemek için Bohr modeli kullanılarak

$$\frac{2mvr^2}{r} = \frac{g^2}{r^2}, \quad mvr = \hbar$$

bağıntılarından

$$\beta^2 \equiv v^2/c^2 = \gamma^2/4 \simeq 5000$$

olduğu görülür. Bu durumda Schrödinger çözümüne gitmenin

anlamsızlığı ortadadır. Başvurulacak relativistik dalga denklemlerinde ise etkileşim sabiti büyük olunca enerji ifadesi sanal olmaktadır.⁷ Şu halde başlangıç ilkeleri çok basit olduğu halde bu model çerçevesinde Kepler problemi bile çözülememektedir.

Bütün bunlardan anlaşılacağı gibi bu çalışmada magnetik yüklere bir de uzayda yer (cirim) izafe edilmesinin nedeni nokta parçacık problemlerinin çözümünden sonra yeni ufuklar aramak hevesi değildir. Amaç, çözümünde başarı sağlanamayan nokta parçacık probleminin yerine benzer fakat çözülebilir bir başka problem ikame etmek olacaktır. Önce hesap güçlüklerinden kurtulunup magnetik yüklü parçacıkların kuantum sayılarının kestirilmesi, daha sonra da hadron yapılarını ve etkileşmelerini inceleyen bir model oluşturulması programlanmıştır.

II. MAGNETİK YÜKLERİN ELEKTRODİNAMİĞİ

Klasik elektrodinamiğin temelini alanların uzay-zaman ile ilişkilerini belirleyen Maxwell denklemleri

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 4\pi \rho_e \quad \text{II. 1}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{J}_e + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

ve alanların elektrik yüklü parçacıklarla etkileşmesini belirleyen Lorentz kuvvet denklemi

$$\vec{F} = e \left[\vec{E} + \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B} \right] \quad \text{II. 2}$$

oluşturur.

$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ denkleminin dışında kalan Maxwell denklemleri deneylerin verdiği müsbet bulguların sonucudurlar ve doğrulukları gene deneylerle çok büyük bir hassasiyetle saptanmıştır. Öte yandan $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ denklemi nitel ve olumsuz bir yaklaşımın, "Şimdiye kadar magnetik yüklü parçacık gözlenmemiştir"

sözünün matematik ifadesidir. Eğer Maxwell denklemlerinde bir değişiklik yapmak olanağı varsa bunun $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ denkleminde başlaması doğaldır.

Magnetik yükleri de kapsayan elektrodinamiğin kökeninde magnetik yüklerin var olduğu, fakat bazı özelliklerinden dolayı doğrudan gözlenemedikleri varsayımı yatar. Buna göre Maxwell denklemlerinde ilk değişiklik, bir magnetik yük dağılımı ilâvesi ile

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad \rightarrow \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 4\pi \rho_g \quad \text{II. 3}$$

şeklinde yapılır. Elektrik yükünün korunma kanunu olan

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_e = 0 \quad \text{II. 4}$$

süreklilik denklemi

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 4\pi \rho_e, \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{J}_e + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

denklemlerinde zımnen vardır.

Benzer bir süreklilik denklemini magnetik yükler için de zorunlu saymak gerekeceğinden Maxwell denklemlerinde yapılan ikinci değişiklik, bir magnetik akım ilâvesi ile,

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \rightarrow \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{4\pi}{c} \vec{J}_g - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{II. 5}$$

olur. Yeni, genişletilmiş Maxwell denklemleri

$$\vec{f}_e \equiv \vec{E} \quad , \quad \vec{f}_g \equiv \vec{B} \quad \text{tanımları ile}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{f}_e = 4\pi \rho_e$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{f}_e = -\frac{4\pi}{c} \vec{J}_g - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{f}_g}{\partial t}$$

II. 6

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{f}_g = 4\pi \rho_g$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{f}_g = \frac{4\pi}{c} \vec{J}_e + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{f}_e}{\partial t}$$

haline gelirler.

Bu denklemlerin elektrik ve magnetik büyüklükler açısından, başlangıç noktasındaki Maxwell denklemlerine göre, daha simetrik oldukları görülmektedir. Bu simetri matematiksel olarak: "Üç tip elektromagnetik büyüklük $\Lambda = \{ f, \rho, J \}$ için beraberce yapılacak

$$\Lambda_e \rightarrow (\cos \alpha) \Lambda_e + (\sin \alpha) \Lambda_g$$

II. 7

$$\Lambda_g \rightarrow (-\sin \alpha) \Lambda_e + (\cos \alpha) \Lambda_g$$

tipi bir ortogonal dönüşüm, genelleştirilmiş Maxwell denklemlerini değiştirmez," şeklinde ifade edilebilir.

Gerekli bir diğer adım da Lorentz kuvvetini yeni durumda yazmaktır. Genelleştirilmiş Lorentz kuvvetinin magnetik yüklerin sıfıra gittiği limitte bilinen özel haline dönüşmesi ve yukarıda sözü edilen ortogonal dönüşümlerde değişmemesi şartları altında

$$\vec{F} = e \left[\vec{E} + \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B} \right] + g \left[\vec{B} - \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{E} \right]$$

II. 8

olacağı görülür.⁵

Magnetik yüklerin elektrodinamiği incelenirken bazı ilginç noktalardan da söz etmek yararlı olacaktır. Bunlardan birincisi yeni bir yük tipi olan magnetik yüklerin foton'un yanı sıra yeni bir elektromagnetik enerji kuantası gerektirmemesidir. Foton'un kökeninin elektromagnetik dalga denklemi olduğu ve onun da temelinde kaynak terimleri sıfır olan Maxwell denklemleri yattığı düşünülürse bu doğaldır.

Bir başka nokta magnetik yüklerin bir elektrik yükü ile bir araya gelip hareket olmaksızın açısal momentum oluşturabilme özellikleridir. Bir koordinat sisteminin merkezinde bir elektrik yükü e , ondan s uzaklıkta z eksenini üzerinde de bir magnetik yük g bulunduğunu varsayılırsa, uzayda birbirine paralel olmayan elektrik ve magnetik alanlar oluşur. Bu alanların $\vec{E} \times \vec{B}$ vektör çarpımları $4\pi c$ ye bölünerek elektromagnetik momentum yoğunluğu ve bu niceliğin $\vec{r}$ ile vektör çarpımından da açısal momentum yoğunluğu elde edilir. Açısal momentum yoğunluğunun bütün uzayda integralinin hesaplanmasından da z doğrultusunda eg/c boyunda bir açısal momentum oluştuğu görülür.⁸ (Ek 1) Bu açısal momentumun kuantizasyonunun

yükleri de kuantize edeceği ortadadır. Burada önemli olan tamamen elektromagnetik kökenli bir açısal momentum elde edilebilmesi ve bu açısal momentumun s uzaklığından bağımsız olmasıdır. Buna göre s nin sıfıra gittiği limitte iki cins yükü birden taşıyan tek bir parçacık da bu açısal momentuma sahip olabilir. Bu özel durumda integrale bütün katkı parçacığının çok yakın komşuluğundan gelecek ve açısal momentum elektromagnetik kökenli olmanın yanısıra çok da yerel olacaktır. Spin değişkenini bu yolla açıklamak ümid edilmektedir.⁹ Açısal momentumun s uzaklığından bağımsızlığı aynı zamanda evrendeki tek bir magnetik yükün bütün elektrik yükleri kuantize etmeğe yeteceğini göstermektedir.

İlginç bir diğer konu da yüklü parçacıkların dionlarla etkileşmesinde ortaya çıkmaktadır. Aynı fonksiyonel yapıdaki alanlardan birinin skalar birinin de vektör potansiyel ile elde edilmesi zorunluluğu karşısında Coulomb alanını verecek bir vektör potansiyel gerekir. Bu potansiyel $\vec{D}(\hat{n}, \vec{r})$ iki değişik biçimde, $\hat{n}$ keyfî bir sabit yönü belirtmek üzere

$$\vec{D}(\hat{n}, \vec{r}) = \frac{g}{r} \left[\frac{(\hat{n} \cdot \vec{r})(\hat{n} \times \vec{r})}{r^2 - (\hat{n} \cdot \vec{r})^2} \right] \quad \text{II. 9}$$

veya

$$\vec{D}(\hat{n}, \vec{r}) = \frac{g}{r} \left[\frac{\hat{n} \times \vec{r}}{r - \hat{n} \cdot \vec{r}} \right] \quad \text{II. 10}$$

olarak yazılır. Bu vektör potansiyellerin en garip özellikleri

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{D}(\hat{n}, \vec{r}) \neq 0$$

II. 11

olmalarıdır.

Son olarak da magnetik yükün sözde skalar karakteri üzerinde durmak yerinde olur. Gerek genelleştirilmiş Maxwell denklemlerinden gerek de genelleştirilmiş Lorentz kuvvet ifadesinden magnetik yükün normal bir skalar olmayıp bir sözde skalar olduğu görülebilir. Bu nokta magnetik yüklü parçacıkların deneysel olarak gözlenmesi açısından çok önemli olabilir. Doğada, nötrino dışında, gözlenen bütün parçacıklar parite operatörünün öz durumlarıdır. Nötrino'nun özel durumu ise ışık hızı ile hareket eden bir fermiyon oluşundan ileri gelmektedir.¹⁰ Buna göre kütlesi ve magnetik yükü olan parçacıkların doğrudan gözlenmesi olanağı olmayabilir, fakat bu durum zıt magnetik yüklü iki parçacığın bir arada bulunmasını yasaklamaz.¹¹ Bu çalışmada böyle çiftlerin oluşturduğu bağlı durumlar bir hadron modeli olarak kullanılacak ve böylece magnetik yüklerin varlıklarının dolaylı olarak hadron yapısı ve etkileşimleri yoluyla saptanabileceği ümit edilecektir.

III. CİRİM VE ETKİN POTANSİYEL

Önerilen modelin ayrıntılarına girmeden önce kullanılacak yapı-taşları hakkında yapılan varsayımları açıkça ortaya koymak gerekir. Bu yapı-taşlarının

- a) M kütleli,
- b) Spin'siz,
- c) R yarıçaplı bir küre içinde g magnetik yükünün (ve varsa e elektrik yükünün) düzgün olarak dağıldığı,
- d) Deforme olmayan,
- e) Serbestçe birbiri içine girebilen

parçacıklar oldukları varsayılacaktır.

Modellerin varsayımlarından çok sonuçları ile değerlendirilmelerine karşılık varsayımların da en azından savunulabilir olmaları gerekir. Bu savunuya gelince:

- a) Doğadaki her kararlı parçacığın kararlılığına neden olarak belli bir sınıf parçacığın en hafifi olması gösterilebilir. Buna göre proton baryonların, elektron elektrik yüklü parçacıkların, nötrino ise leptonların en hafifi oldukları için kararlıdırlar.

Elektron örneği ile karşılaştırılarak magnetik yüklü bir parçacığın da kütlesi olması gerektiği öne sürülebilir.

- b) Bir aradaki elektrik ve magnetik yükler elektromagnetik kökenli ve çok yerel bir açısai momentum doğurabildiğine göre bu tip modellerin uzun vadeli amaçlarından biri de spin'in elektromagnetik açıklanması olmalıdır. Bundan dolayı ilk aşamada en azından tek tip yüklü parçacıkları spin'siz saymak yerinde olacaktır.
- c) Nokta parçacık modellerinin matematik güçlüklerinden kurtulmayı amaçlayan bu modelin ana özelliği yapıtaşlarının cirimli olmasıdır. Yükün düzgün dağılımı varsayımı ise hesap kolaylığı sağlayacağı ümidinden doğmuştur.
- d) Bir etkileşme nedeniyle bir arada duran bileşik parçacıkların dış etkilerle deforme olmaları doğaldır. Örneğin bir hidrojen atomu elektrik alanında deforme olur, fakat bir elektronun aynı alanda deforme olması düşünülmez. Elektron kadar temel bir parçacık olduğu varsayılan magnetik yüklü yapıtaşlarının da deforme olmaları beklenmemelidir.
- e) Bu varsayım aslında iki ayrı düşünceyi içermektedir. Bunların ilki birbirlerine iç içe girecek kadar yaklaşmış iki parçacığın esnek olmayan bir biçimde etkileşmeyeceği

ve dolayısıyla sürtünme benzeri bir mekanizma oluşmayacağıdır. Buna ek olarak iki parçacık etkileşmelerinde, örneğin bir araya gelen iki su damlasında olduğu gibi toplam hacmin değil, tek tek hacımların sabit kalacağı varsayılmaktadır. Bu düşünce deforme olmama özelliği ile de sıkıca ilintilidir.

Yukarıdaki özelliklere sahip, zıt yüklü iki parçacığın etkileşme potansiyeli, merkezler arası uzaklık r nin fonksiyonu olarak

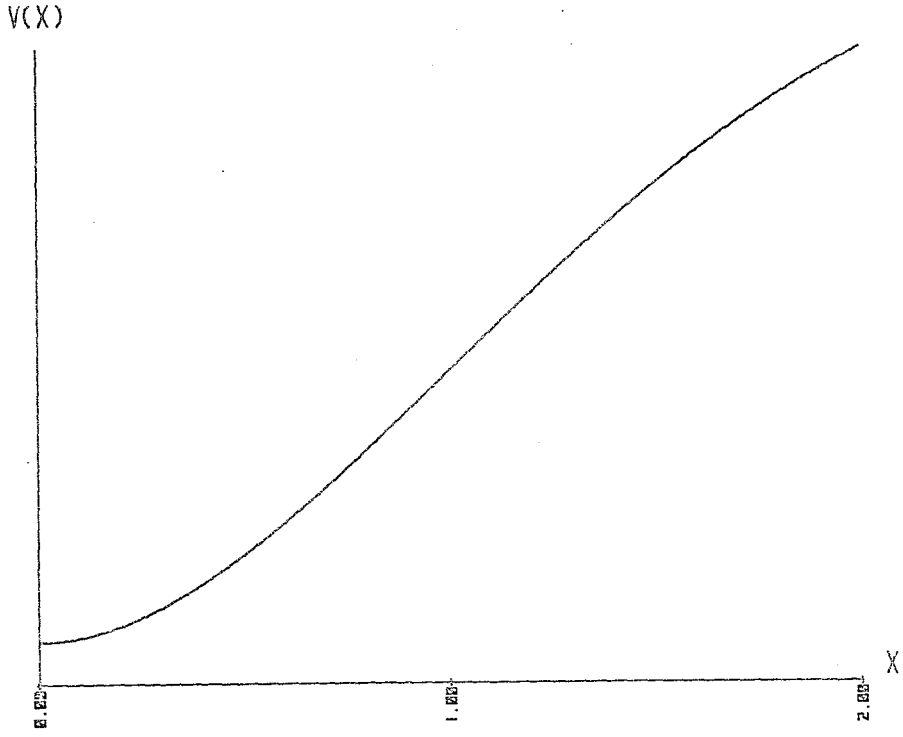
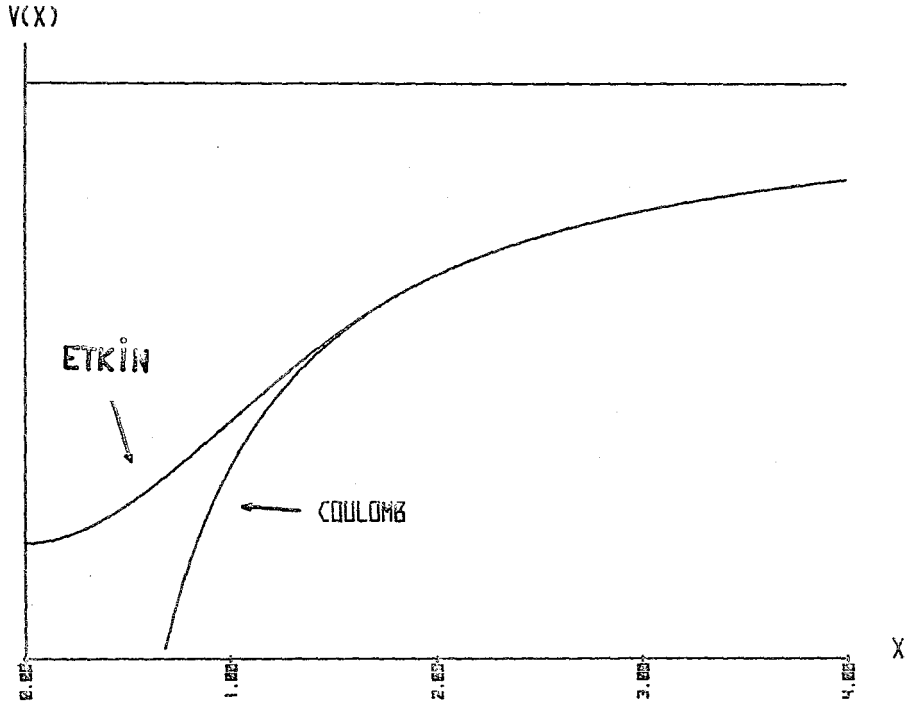
$$V(r) = \frac{\int \rho_1(\vec{r}_1) d^3r_1 \int \rho_2(\vec{r}_2) d^3r_2}{|\vec{r} - \vec{r}_1 + \vec{r}_2|} \quad \text{III.1}$$

bağıntısı ile hesaplanabilir. Sonuç olarak $x \equiv r/R$ olmak üzere

$$V(x) = \begin{cases} \frac{q^2}{R} \left[\frac{1}{160} x^5 - \frac{3}{16} x^3 + \frac{1}{2} x^2 - \frac{6}{5} \right] & , 0 \leq x \leq 2 \\ \frac{q^2}{R} \left[-\frac{1}{x} \right] & , 2 \leq x < \infty \end{cases} \quad \text{III.2}$$

bulunur. (Ek 2) Kürelerin birbirine değme, dolayısıyla potansiyelin matematik ifadesinin değişme noktası olan $x = 2$ de fonksiyonun ve ilk üç türevinin sürekli olduğu görülmektedir. Bu etkin potansiyelin çizimi Şekil 1 de sunulmuştur.

Böylece Coulomb kuvveti ile etkileşen iki cirimli



ŞEKİL 1

parçacık, etkin potansiyel $V(x)$ ile etkileşen ve cirimli parçacıkların merkezinde oldukları farzedilen iki nokta parçacık problemine dönüşmüştür. En önemli nokta da Coulomb etkileşmesinden taviz vermeden Kepler probleminden ve onun matematiksel güçlüklerinden kurtulunmuş olmasıdır. Etkin potansiyelin dikkate değer bir yanı da $x \gg 2$ bölgesinde Coulomb potansiyeline dönüşürken, $x \rightarrow 0$ asimtotik bölgesinde harmonik osilatör potansiyeline dönüşmesidir. Çözümleri çok iyi bilinen bu iki problemten Kepler probleminin çıkarttığı güçlüklerle değinilmişti.

Öte yandan çok sıkı bağlı bir taban durumu için

$$\langle x^2 \rangle \gg \langle x^3 \rangle \gg \langle x^5 \rangle$$

olacağı düşünülebilir. Bu halde problemi öncelikle bir harmonik osilatör problemi olarak incelemek, ondan sonra da elde edilen çözümlerle

$$\langle x^2 \rangle \gg \langle x^3 \rangle \gg \langle x^5 \rangle$$

varsayımının geçerliliğini, dolayısıyla çözümün tutarlılığını kontrol etmek yerinde olur. İlk adım olarak problemin relativistik olup olmadığını anlamak için Bohr modelinin

$$\frac{2Mv^2}{r} = g^2 \frac{r}{R^3}, \quad Mvr = \hbar$$

bağıntılarından

$$\beta^2 = \sqrt{\frac{\gamma \hbar^3}{2 M^3 c^3 R^3}}$$

III. 3

elde edilir. Bu ifade en azından M ve R nin seçilecek değerlerine göre relativistik olmayan bir problem oluşturmak için ümit vermektedir. Cirimli, katı cisim kavramının relativistik teorilerde yeri bulunmadığına göre incelenen modelin relativistik olmaması mutlak bir gerektir.¹²

IV. SİSTEMİN TABAN DURUMU VE π^0 PARÇACIĞI

Yaklaşımın tutarlılığının seçilecek M ve R değerlerine bağlı olacağı belirtilmişti. Çözümüne geçmeden problemin parametrizasyonunda ufak bir değişiklik yapmak kolaylık sağlayacaktır. Etkin potansiyelde görülen g^2/R ifadesi enerji boyutunda olduğuna göre K gibi boyutsuz bir katsayının yardımı ile $g^2/R = KMc^2$ denebilir. Parçacığın Compton "dalga boyu" da $\lambda \equiv \hbar/Mc$ olarak tanımlanır. Problemin üç temel parametresi olan g , M , R yerine bunlar cinsinden tanımlanan γ , K , λ kullanılacaktır.

Bu sayılardan γ , $\gamma \simeq 137$ olarak saptanmıştı. Geri kalan iki parametrenin belirlenebilmesi için iki deneysel veri gereklidir. Magnetik yüklü parçacıkları tek tek doğrudan gözleme olanağı bulunmadığına göre bağlı durumları hakkında bir varsayım daha yapmağa gerek vardır. Bu da: "Magnetik yüklü parçacık ve anti-parçacığının bağlı durumlarının taban seviyesi π^0 parçacığıdır" varsayımı olacaktır. Savunu olarak: "Aynen pozitronyum gibi iki foton'a bozunduğu için

bütün modellerde π^0 in bir parçacık ve anti-parçacık bağlı durumu olduğu öngörülmüştür. SU(3) modelinde kuark ve anti-kuark çifti olan π^0 in incelenen modelde de bir magnetik yük ve anti-parçacığının bağlı durumu olması doğaldır, " denebilir. Buna göre kullanılacak iki deneysel veri π^0 in kütlesi ve yarıçapı olarak seçilebilir. Kütle $135 \text{ MeV}/c^2$ olarak bilinmektedir. Yarıçap için doğrudan bir veri yoksa da $\pi^\pm$ parçacıkları için bu değerin 1 Fermi'nin altında fakat ona yakın olduğu ölçülmüştür, demek ki aynı üçlünün elemanı olan π^0 için de yarıçap $0,8F$ dolayında kabul edilebilir.¹³

Çok sıkı bağlı bir taban durumu bulma ümidi ile çözüme geçildiğinde etkin potansiyelin sadece

$$V(r) = KMc^2 \left[\frac{1}{160} \left(\frac{K}{8\lambda} \right)^5 r^5 - \frac{3}{16} \left(\frac{K}{8\lambda} \right)^3 r^3 + \frac{1}{2} \left(\frac{K}{8\lambda} \right)^2 r^2 - \frac{6}{5} \right] \quad \text{IV.1}$$

kısmı kullanılacaktır. Tedirgenmemiş hamiltonyen

$$H = \frac{p^2}{M} + \frac{KMc^2}{2} \left(\frac{K}{8\lambda} \right)^2 r^2 \quad \text{IV.2}$$

harmonik osilatör hamiltonyeni

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega^2 r^2 \quad \text{IV.3}$$

ile karşılaştırılarak

$$m = \frac{M}{2}, \quad \omega = \frac{\sqrt{2} K^{3/2} c}{8 \lambda} \quad \text{IV.4}$$

olduğu bulunur. Buna göre taban enerjisi $3/2 \hbar \omega$ için

$$\frac{E_2}{Mc^2} = \frac{3}{\sqrt{2}} \frac{K^{3/2}}{8} \quad \text{IV.5}$$

elde edilir. Etkin potansiyelin diğer terimlerinin birinci mertebe tedirgeme yöntemleri ile

$$\frac{E_3}{Mc^2} \equiv -\frac{3K(K}{8\lambda})^3 \langle r^3 \rangle = - \left[\frac{3(2)^{3/4} K^{7/4}}{4 \sqrt{\pi} 8^{3/2}} \right] \quad \text{IV.6}$$

$$\frac{E_5}{Mc^2} \equiv \frac{K}{160} \left(\frac{K}{8\lambda} \right)^5 \langle r^5 \rangle = \left[\frac{3(2)^{1/4} K^{9/4}}{20 \sqrt{\pi} 8^{5/2}} \right] \quad \text{IV.7}$$

oldukları hesaplanır. Unutulmaması gereken bir katkı da ilk mertebe relativistik düzeltmedir, bu da

$$\frac{E_4}{Mc^2} \equiv -\frac{\langle P^4 \rangle}{M^4 c^4} = - \left[\frac{15}{8} \frac{K^3}{8^2} \right] \quad \text{IV.8}$$

olarak bulunur. Etkin potansiyeldeki sabit terim

$$\frac{E_0}{Mc^2} = - \frac{6K}{5} \quad \text{IV.9}$$

in de katkısı ile toplam enerji

$$E = E_0 + E_2 + E_3 + E_4 + E_5$$

$$E = \left[-\frac{6K}{5} + \frac{3}{\sqrt{2}} \frac{K^{3/2}}{8} - \frac{3(2)^{3/4}}{4\sqrt{\pi}} \frac{K^{7/4}}{8^{3/2}} - \frac{15}{8} \frac{K^3}{8^2} + \frac{3(2)^{1/4}}{20\sqrt{\pi}} \frac{K^{9/4}}{8^{5/2}} \right] M c^2 \quad \text{IV.10}$$

olur. (Ek 3)

Bileşik parçacık kütlesi yapı-taşı kütleleri toplamından bağlanma enerjisi çıkarılarak bulunduğu için

$$m_{\pi} c^2 = 2M c^2 - |E| = 2M c^2 + E$$

$$m_{\pi} = \left[2 - \frac{6K}{5} + \frac{3}{\sqrt{2}} \frac{K^{3/2}}{8} - \frac{3(2)^{3/4}}{4\sqrt{\pi}} \frac{K^{7/4}}{8^{3/2}} - \frac{15}{8} \frac{K^3}{8^2} + \frac{3(2)^{1/4}}{20\sqrt{\pi}} \frac{K^{9/4}}{8^{5/2}} \right] M \quad \text{IV.11}$$

ifadesi yazılabilir. Sıkı bağlılık şartı da $\langle r \rangle \ll R$, dolayısıyla $R_{\pi} \simeq R$ olmasını gerektirmektedir. Denklem IV.11 in ve $R \simeq 0,8F$ bağıntısının beraberce çözümlerinden aşağıdaki değerler elde edilir. (Ek 4)

$$E_0 = -40393 \text{ MeV} = V(0)$$

$$K = 1,688$$

$$E_2 = 677 \text{ MeV}$$

$$\gamma = 137$$

$$E_3 = -22 \text{ MeV}$$

$$\lambda = 10^{-2} F$$

$$E_4 = -10 \text{ MeV}$$

$$R = 0,8 F$$

$$E_5 = 0$$

$$M = 19941,5 \text{ MeV}/c^2$$

$$E = -39748 \text{ MeV}$$

$$\langle r \rangle = 0,1 F$$

$$m_{\pi} = 135 \text{ MeV}/c^2$$

Tablo incelendiğinde $E_2 \gg |E_4|$ gözleminden problemin relativistik olmadığı, $E_2 \gg |E_3| \gg E_5$ olduğundan da probleme harmonik osilatör yaklaşımının doğruluğu ortaya çıkar. Asıl ilginç nokta etkileşme sabiti büyüdükçe relativistik olmayan harmonik osilatör yaklaşımının daha da iyi sonuçlar vermesidir. Göze çarpan bir diğer nokta da K nın $5/3$ değerine yakınlığıdır. Bilindiği gibi klasik elektrodinamikte kütlenin tamamının alan enerjisi kökenli olduğu varsayılırsa düzgün yük dağılımlı bir küre için

$$Mc^2 = \frac{3}{5} \frac{q^2}{R}$$

IV.12

olduğu bulunur bu da $K = 5/3$ demektir.¹⁴

Tablonun önemli bir yanı da $M \simeq 20 \text{ GeV}/c^2$ olmasıdır. Bu kütle magnetik yüklerin doğrudan gözlenememesini, parite nedeninin yanısıra, açıklar bir büyüklüktedir. Örnek olarak proton-proton reaksiyonlarından çıkan çok yüksek enerjili bir π^0 parçacığının başka bir proton hedefine çarparak $\pi^0 p \rightarrow p g \bar{g}$ reaksiyonunu oluşturuşu ele alınırsa, bu reaksiyonun eşik enerjisinin 900 GeV mertebesinde olduğu görülür. Buna karşılık böyle hızlı bir pion oluşturmak için gereken enerjideki proton-proton etkileşmelerinde enerjinin tek bir π^0 parçacığına hız vermeğe değil başka π^0 ve

$\pi^+ \pi^-$ çiftleri yaratmağa gittiği bilinmektedir.

Problemle ilgili alan şiddetlerinin mertebesi hakkında bir fikir edinilmek istenirse, merkezleri arasında $\langle r \rangle$ kadar bir mesafe kalacak şekilde iç içe girmiş iki magnetik yüklü kürenin yüksüz çakışma bölgesinde oluşacak magnetik alanın

$$B = g \frac{\langle r \rangle}{R^3} \simeq 10^{18} \text{ Gauss} \quad \text{IV.13}$$

olduğu hesaplanabilir. Bu şiddette alanların nötron yıldızlarında bile oluşmasına ihtimal verilmemektedir.

V. MADDENİN UZAYDA DAĞILIMI

Ele alınan modelde π^0 parçacığının bir harmonik osilatör taban durumu ile temsil edilebileceği görülmüştü. Buna göre iki parçacık sisteminin dalga fonksiyonu bağlı koordinat x cinsinden

$$\psi(x) \sim \exp \left[-\frac{1}{2} \frac{\gamma}{\sqrt{2K}} x^2 \right] \quad \text{V.1}$$

olarak yazılır. Parçacıkların teker teker kütle merkezi koordinatları cinsinden incelenmesi için harmonik osilatör taban durumu dalga fonksiyonlarının genel biçiminin

$$\exp \left[-\frac{1}{2} \frac{M\omega}{\hbar} r^2 \right]$$

olduğu hatırlanmalıdır. İki parçacık probleminden tek parçacık problemine geçerken indirgenmiş kütle iki kat artacağından tek parçacık dalga fonksiyonunun

$$\psi(x) \sim \exp \left[-\frac{\gamma}{\sqrt{2K}} x^2 \right] \quad \text{V.2}$$

olduğu sonucuna varılır, yalnız bu denklemde x değişkeni artık kütle merkezinden uzaklığı ifade etmektedir.

Kuantum mekaniği esasta bir nokta parçacık teorisi olduğu için maddenin uzayda dağılımı bu noktadan hareket ederek, fakat çok dikkat ile incelenmelidir. Üçüncü bölümde Coulomb kuvveti ile etkileşen iki cirimli parçacık etkin potansiyel $V(x)$ ile etkileşen iki nokta parçacığa dönüştürülmüştü, halbuki şimdi geri dönüp cirim faktörünü de hesaba katmak zorunluluğu vardır. Denklem V.2 deki dalga fonksiyonunun mutlak karesinin olasılık yoğunluğunu doğrudan vermesi düşünülemez, bu değer ancak küre şeklindeki yapı-taşının merkezinin olasılık yoğunluğudur. Belli bir noktada örneğin magnetik yük yoğunluğu gibi bir büyüklük hesaplanacağı zaman sorulacak soru şu olmalıdır: "Kürenin merkezi uzayın hangi bölgesinde olursa ölçüm noktasına magnetik yük katkısı verir?" Bu sorunun cevabı: "Eğer kürenin merkezi, ölçüm noktası merkez olarak alınıp çizilecek R yarıçaplı bir küre içine düşüyorsa ölçüm noktasına katkı verir," yolundadır.

Kuantum mekaniğinde olasılıkların değil genliklerin toplanması gereğinden hareketle toplam genlik $\Psi(x)$ için

$$\Psi(x) \sim \int_{\vec{z}=0}^{|\vec{z}|=1} d^3z \Psi(\vec{x} + \vec{z})$$

V.3

$$\Psi(x) \sim \exp \left[-\frac{\gamma}{\sqrt{2K}} x^2 \right]$$

yazılır. Bu integral geliştirilerek önce

$$\Psi(x) \sim \int_0^1 z^2 dz \int_{-1}^1 d\omega \exp \left\{ -\frac{\gamma}{\sqrt{2K}} \left[x^2 + 2xz\omega + z^2 \right] \right\} \quad V.4$$

sonra da

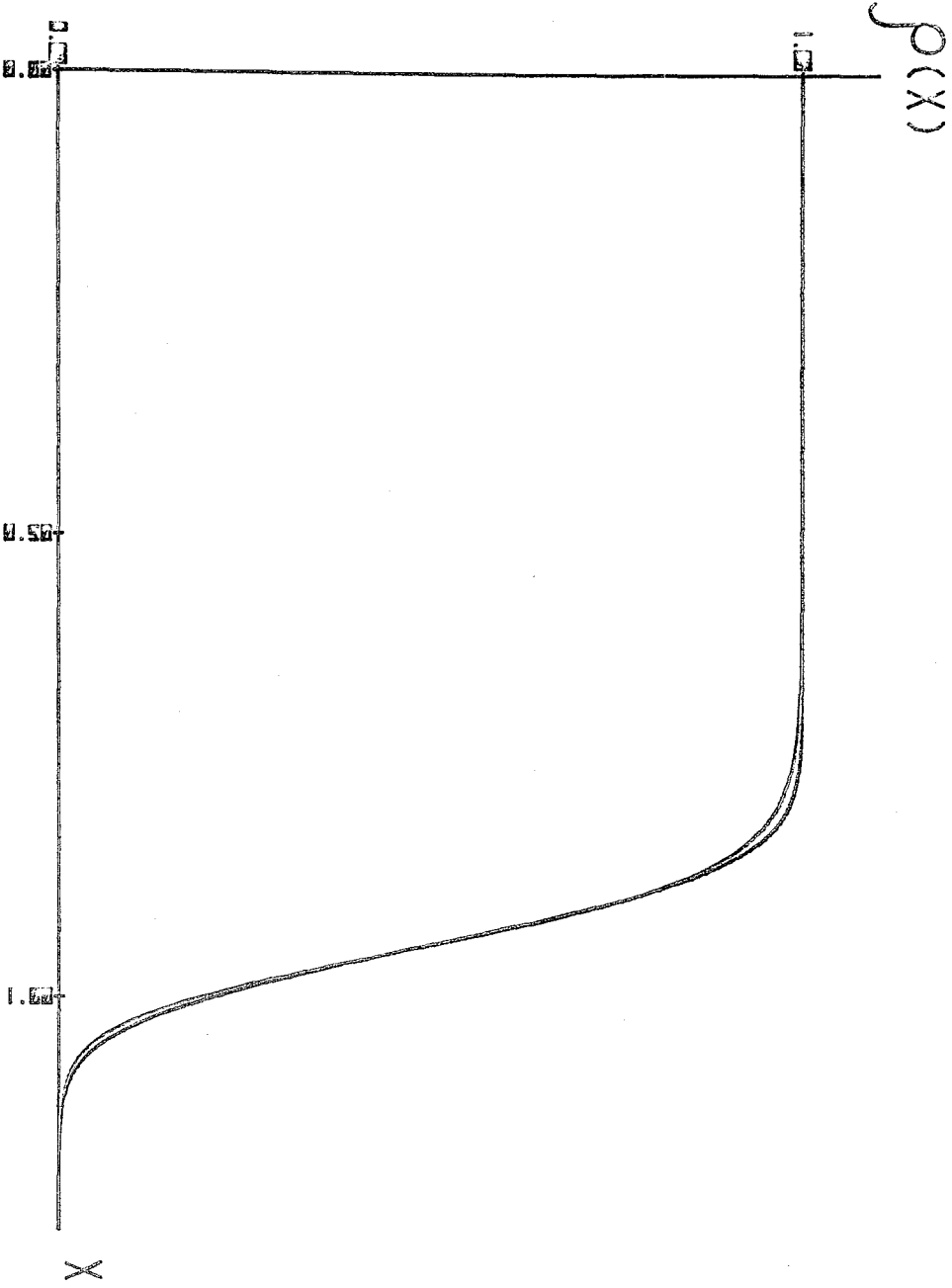
$$\Psi(x) \sim \frac{1}{x} \int_{-1}^1 z \exp \left[-\frac{\gamma}{\sqrt{2K}} (x-z)^2 \right] dz \quad V.5$$

ifadesine erişilir. Bu genlik denkleminde olasılık yoğunluğu

$$\rho(x) \sim \frac{1}{x^2} \left[\int_{-1}^1 z \exp \left\{ -\frac{\gamma}{\sqrt{2K}} (x-z)^2 \right\} dz \right]^2 \quad V.6$$

elde edilir. Denklem V.5 deki integralin hesabı erf(x) gibi fonksiyonları içereceğinden ifadenin şimdilik integral halinde bırakılmasında yarar vardır.

Sayısal olarak hesaplanan yoğunluğun çizimi Şekil 2 de sunulmuştur. Denklemlerde eksik olan normalizasyon da



ŞEKİL 2

$\rho(0)=1$ şeklinde saptanmıştır, fakat bu birim yoğunluğun aslında $[4\pi R^3/3]^{-1}$ olduğu unutulmamalıdır.

İleride yapılacak hesaplar açısından $\rho(x)$ gibi sık kullanılacak bir fonksiyonu integral bir ifade olarak bırakmak doğru olmayacaktır. Şekil 2 de $\rho(x)$ ile üst üste çizilen

$$f(x) = [1 + \exp\{21(x-1)\}]^{-2} \quad \text{V.7}$$

Fermi dağılım fonksiyonunun $\rho(x)$ için çok iyi bir yaklaştırma olduğu görülmektedir. Bundan cesaret alarak ilerideki sayısal hesaplarda $f(x)$ fonksiyonu $\rho(x)$ yerine kullanılacaktır.

Bulunan yoğunluk ifadesi π^0 gibi çok simetrik bir parçacığın ancak kütle yoğunluğunu hesaplamakta kullanılabilir. Magnetik yük dağılımı hesabında aynı fonksiyonun önce g sonra $-g$ ile çarpılıp toplanmasından sıfır elde edilecektir. Kütle dağılımının da kuvvetli etkileşmeler düzeyinde yapılacak hesaplarda hiç bir anlamı yoktur. Bundan dolayı π^0 modelinin magnetik yüklü parçacıkların kütle ve yarıçapları için sağladığı kestirimlerle yetinip, asimetric yapı-taşlarından oluşabilecek parçacıklara eğilmek daha yararlı olacaktır.

VI. SİMETRİYİ BOZAN HALLER VE KABA BİR HADRON MODELİ

Yapı-taşlarının birbirlerinin anti-parçacığı olmaları halinde bileşik parçacığın son derece simetrik olacağı görülmüştü. Bu gibi bileşik parçacıkların yüksüz olmaları zorunludur ve öncelikle iki foton'a bozunmaları beklenir. Yüksüz piondan ve η parçacığından başka bu tanıma uyan hadron bulunmadığına göre modelin kapsamını genişletebilmek için yapı-taşları daha genel seçilmelidir. Bu aşamada diğer hadronların da ikişer yapı-taşından oluşacakları varsayılabilir. Doğadaki serbest parçacıklarda magnetik yük gözlenmediğine göre bu iki yapı-taşının zıt magnetik yük taşımaları gereği vardır.

Elektrik yüklü hadronların modelinde yapı-taşlarından birinin elektrik yükünün tamamını taşıdığı varsayılmalıdır. Bu elektrik yükünün iki yapı-taşına örneğin yarı yarıya bölünebileceğini düşünmek, en başta yapılan $eg/\hbar c = 1$ varsayımı ile çelişkili olurdu. Bu varsayım temel ve bölün-

mez elektrik yükünün elektron yükü olduğunu zımnen ifade etmektedir. Bu varsayımia yola çıkıldığına göre e yükünün kesirlerine parçalanabileceği düşünülmemelidir.

Hadron yapısının simetrisini bozacak bir diğer etken de yapı-taşları arasında olabilecek kütle farkıdır. Aslında bu etken en azından elektrik yük farklılığının bir sonucu olarak ortaya çıkacaktır. Buna ek olarak bu yapı-taşlarında, elektron müon örneğinde olduğu gibi, nedeni belli olmayan kütle farkları olabilir.

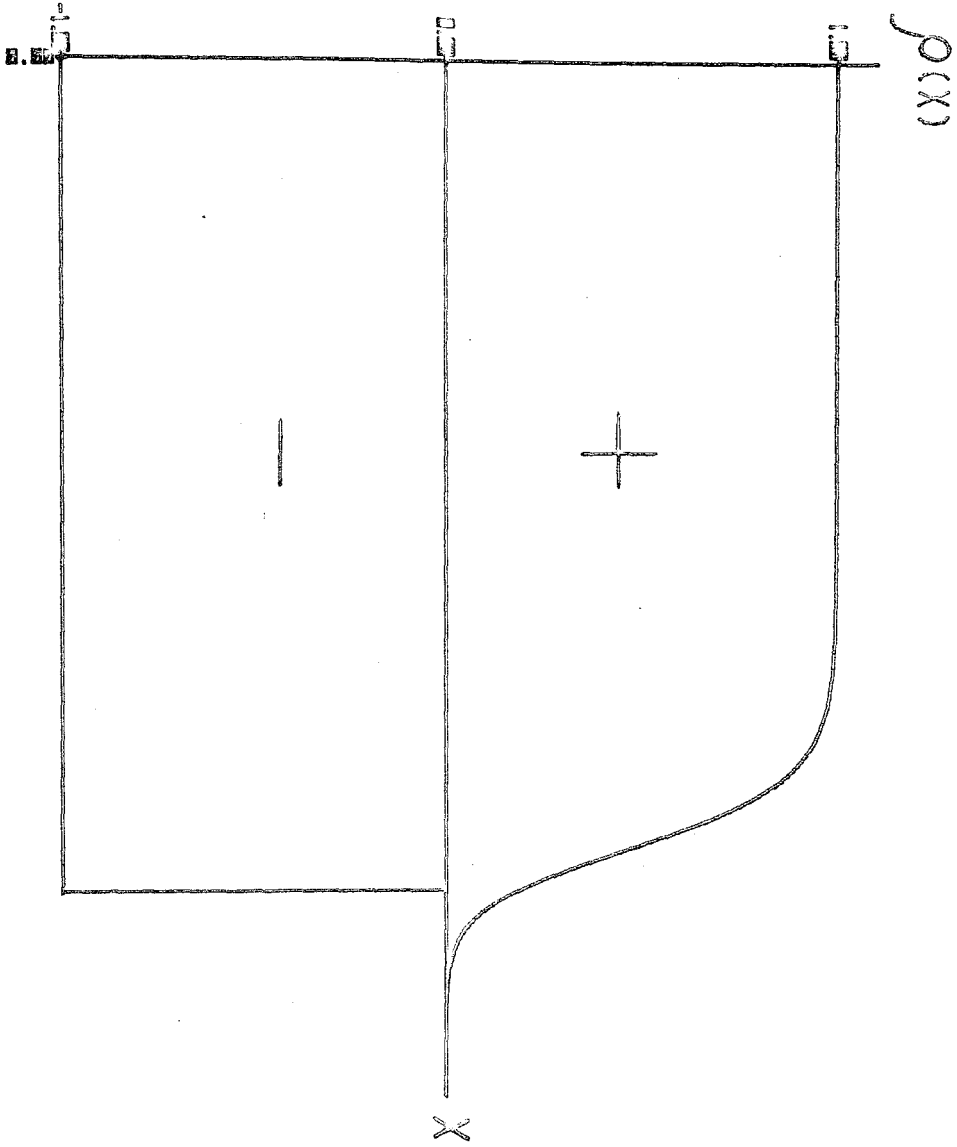
Simetrik durumdan bu gibi ayrılımların muhtemel sonuçlarını incelemek hadron dinamiği açısından yararlı olacaktır. Elektrik yükünün getireceği asimetri Bölüm II de sözü edilen vektör potansiyel fonksiyonu $\vec{D}(\hat{n}, \vec{r})$ in de problemde dahil olması sonucunu doğurup problemi çözülür olmaktadır. $\vec{D}(\hat{n}, \vec{r})$ vektör potansiyeli düzgün dağılım gösteren yükler için singüler olmasa bile etkileşmenin ve dolayısıyla problemin taban durumunun küresel simetrisini bozacaktır. Buna karşın en önemli etkileşme iki zıt magnetik yüklü parçacık arasındaki süper kuvvetli etkileşme olduğuna göre küresel simetrisi olan dağılımlar elektrik yükün etkisiyle çok az bozularak kaba hatları ile aynı kalacaktır denebilir. Buna göre ilk yaklaşı-

mada elektrik yüklü bir hadronun elektrik yük dağılımı $\rho(x)$ fonksiyonu ile verilecektir.

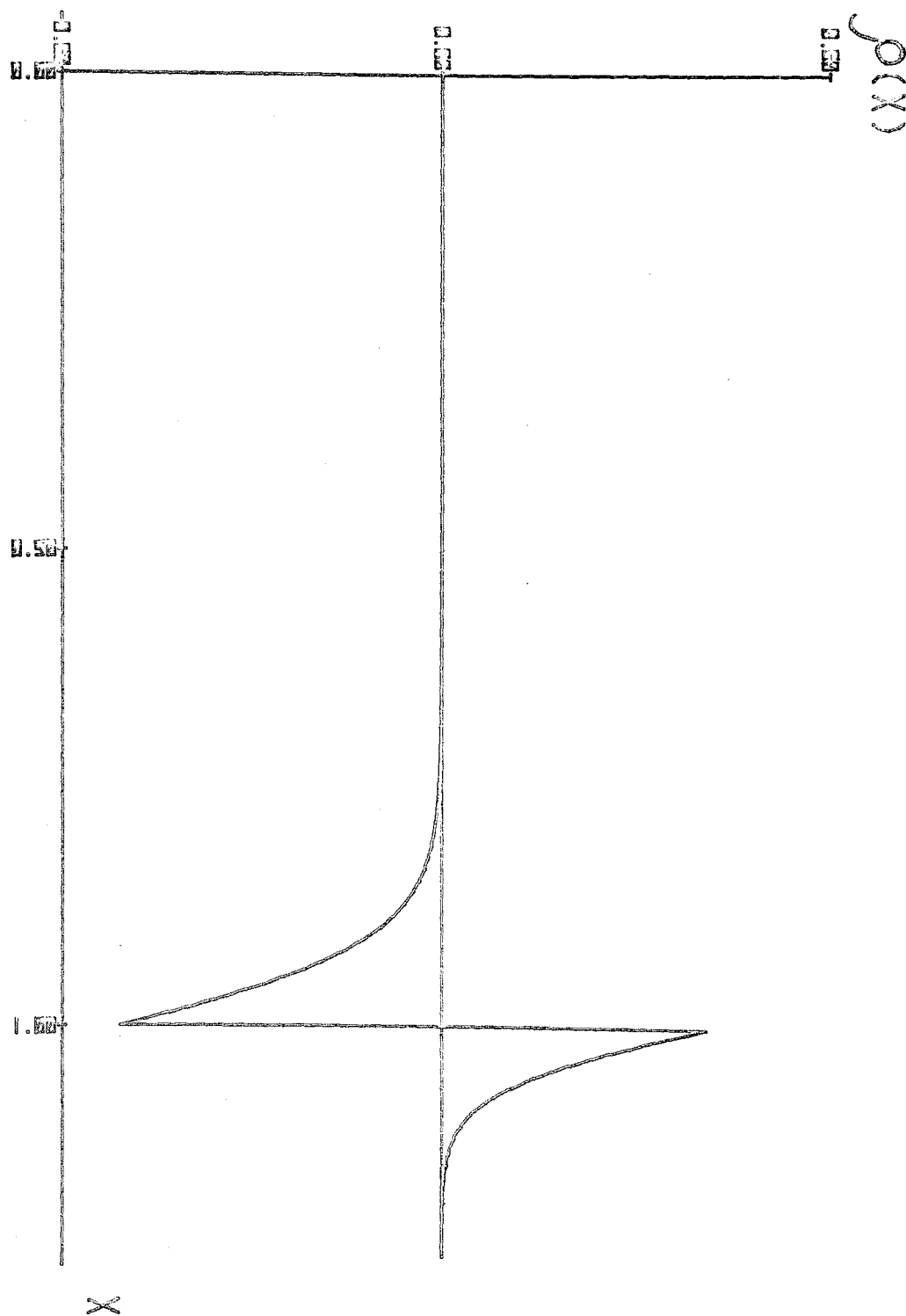
Bu analiz esasta deneysel verilere ve sağduyuya ters düşmemektedir. Yüklü hadronlar arasında yapısı en iyi bilinen proton tek bir yük dağılımı fonksiyonu veya onun Fourier dönüşümü olan yapı çarpma fonksiyonu ile belirlenmemektedir. Kullanılan iki yapı çarpanından $F_1(\chi)$ kaba küresel simetrik yük dağılımı, $F_2(\chi)$ da elektromagnetik momentler hakkında fikir vermektedir.¹⁵ İleride Bölüm VIII de bu konuya tekrar eğilinecektir.

Kütle farkının doğuracağı fiziksel durum sayısal olarak inceleneceği için abartılmış bir duruma bakmak kolaylık sağlayacaktır. Yapı-taşlarından birinin ötekinden çok daha ağır olduğu varsayılırsa magnetik yüklerin ayrı ayrı dağılımları Şekil 3 de sunulan biçimde olur. Toplam magnetik yük dağılımı ise Şekil 4 de verilmiştir. Bu şekilde hadronun yüzeyinde kabuk gibi bir magnetik dipol tabakası olduğu açıkça görülmektedir. Bu magnetik dipol tabakasının oluşturduğu magnetik alan da Şekil 5 de sunulmuştur, bu alanın şiddetinin 10^{18} Gauss oluşu da dikkati çekmektedir. Bununla beraber elde edilen bu değerlerin abartılmış bir halin incelenmesinin sonucu olduğu, daha realist bir yaklaşımın magnetik dipol tabakasının

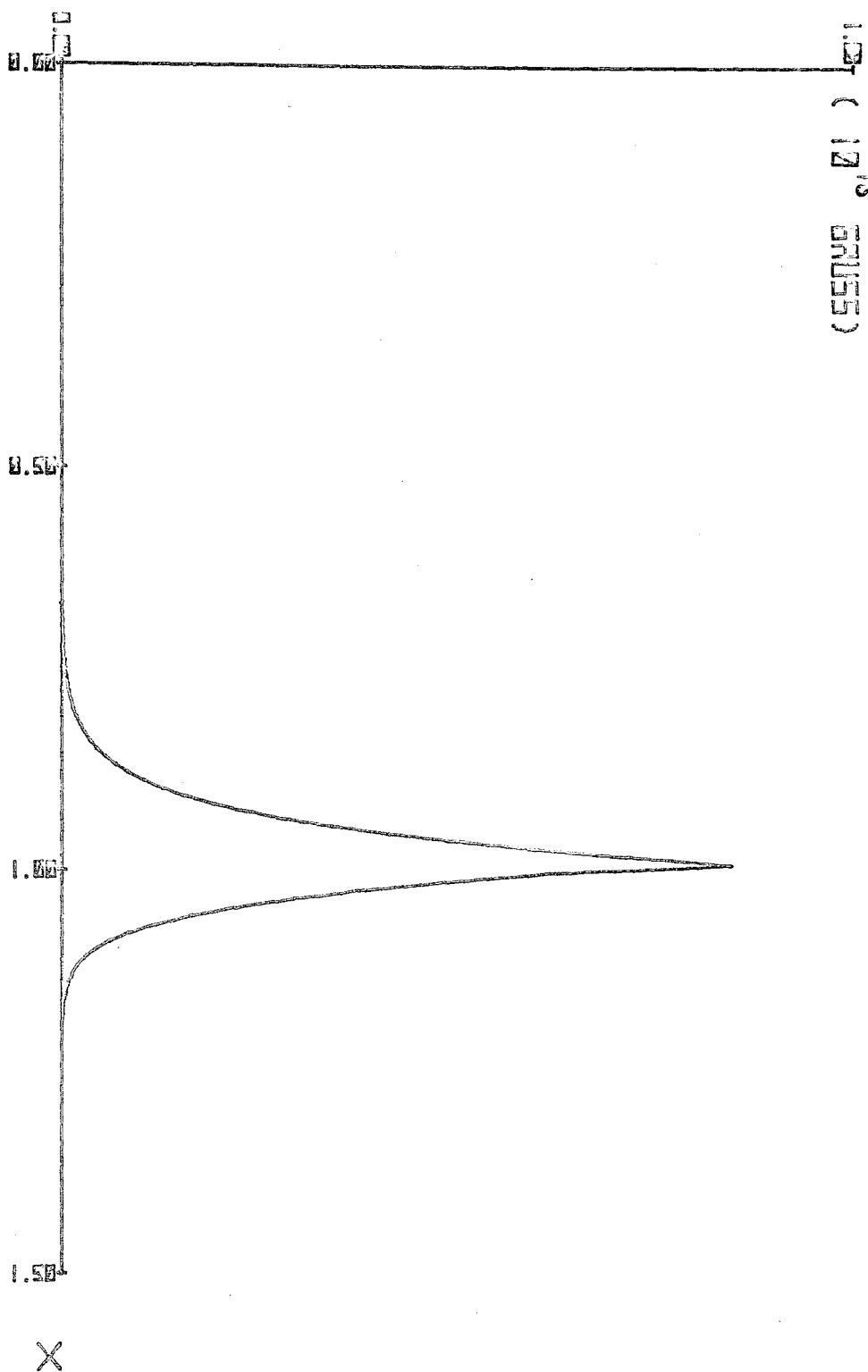
ŞEKİL 3



SEKIL 4



1.07 (12.3 GALS)



SEKIL 5

kalınlığını ve oluşan magnetik alanın şiddetini çok azaltacağı unutulmamalıdır.

Kütle ve elektrik yük asimetrilerinin sonuçları birleştirilerek, ilk yaklaşıtırmada hadronların küresel bir magnetik dipol tabakası ile sınırlanmış bir elektrik yük dağılımı olduğu sonucu çıkartılabilir. Sözü edilen elektrik yük dağılımı sadece yüklü hadronlarda olup $\rho(x)$ fonksiyonu ile belirlenir. Daha ince bir yaklaşıtırmada ise elektrik-magnetik yük etkileşmelerinin sonucu probleme dahil olacak $\vec{D}(\hat{n}, \vec{r})$ vektör potansiyeli yüzünden hadronların küresel simetrilerinin bozulacağı ve yapılarının tek bir yapı çarpanı fonksiyonu ile belirlenemeyeceği görülmektedir.

VII. HADRON-HADRON ETKİLEŞMELERİ

Modelin, kaba da olsa, hadronun iç yapısı ve yük dağılımları hakkında bazı ipuçları verdiği ve bu yapının küresel bir magnetik dipol tabakası ile sınırlı bir elektrik yük dağılımı olduğu görülmüştü. Hadronların biribirleri ile etkileşmelerini bu verilere dayanarak incelemek olanağı vardır. Yalnız bu incelemeye geçmeden önce bazı kısıtlamaları baştan belirtmek gerekir. Sadece yük dağılımları kullanılarak elde edilecek etkin potansiyeller ile tüm hadron etkileşmelerini açıklamak düşünülemez. Bu gibi potansiyeller olsa olsa alçak enerjilerde esnek saçılma veya bağlı durumlar hakkında nitel bilgiler verebilirler.

Bu kısıtlamaların kökeninde bileşik parçacıklar olan hadronların deforme olabilmeleri yatmaktadır. Magnetik yüklü yapı-taşlarının, temel parçacık oldukları için, deforme olmayacakları varsayılmıştı. Aynı varsayımı hadronlar için yapmak olanağı yoktur. Hadronlar bu temel yapı-taşlarının

belli bir potansiyel ile bağlanmış durumları olduklarına göre dış etkenlerle uyartılabilir, durum değiştirir ve dolayısıyla deforme olurlar. Bunun içindir ki hadron yapısının statik bir durumu için elde edilecek hadron hadron etkileşme potansiyelleri ancak düşük enerjilerde ve esnek etkileşmelerde geçerli olabilirler. İncelenen modelde hadron hadron etkileşmeleri en azından dört parçacık problemi iken duruma iki parçacık problemi çözermişçesine eğilmenin sakıncaları ortadadır. Örneğin bir proton proton saçılmasında protonların çarpışma sonucu uyartılıp deforme olmaları, ondan sonra bu deformasyon enerjisinin bir magnetik yüklü parçacık çifti yaratması ve bu çiftin bağlı durumun da π^0 olarak gözlenmesi gibi süreçlerin bu aşamada açıklanabilmesi beklenemez.

Açıklanması ümit edilen tip etkileşmeler üç ayrı bölümde incelenebilir. Bunlar:

- A) Elektrik yük-elektrik yük etkileşmeleri
- B) Magnetik yük-magnetik yük etkileşmeleri
- C) Elektrik yük-magnetik yük etkileşmeleridir.

En az ilginç olan elektrik yüklerin etkileşmesi konusunda, Şekil 2 den cesaret alan bir yaklaştırma yapılarak, elektrik yükün R yarıçaplı bir küre içinde düzgün

dağıldığı varsayımı yapılabilir. Bu tip yüklü kürelerin etkileşme potansiyeli Bölüm III de magnetik yüklü küreler için hesaplanmıştı, aynı sonuç kullanılarak

$$V_{ee}(x) = \begin{cases} \frac{e^2}{R} \left[\frac{1}{160} x^5 - \frac{3}{16} x^3 + \frac{1}{2} x^2 - \frac{6}{5} \right] & , \quad 0 \leq x \leq 2 \\ \frac{e^2}{R} \left[-\frac{1}{x} \right] & , \quad 2 \leq x < \infty \end{cases} \quad \text{VII.1}$$

bulunur. Bu fonksiyonun zıt elektrik yüklü parçacıklar için bir potansiyel kuyu oluşturacağı ve derinliğin ancak 2 MeV dolayında olacağı görülmektedir. İleride yapı çarpanı fonksiyonlarının incelenmesinde gerekecek olan potansiyelin Fourier dönüşümü $\tilde{V}_{ee}(\chi)$ ise

$$\tilde{V}_{ee}(\chi) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{e^2}{\chi^2} \left[\frac{3 \sin(\chi R)}{\chi^3 R^3} - \frac{3 \cos(\chi R)}{\chi^2 R^2} \right]^2 \quad \text{VII.2}$$

veya küresel Bessel fonksiyonları cinsinden

$$\tilde{V}_{ee}(\chi) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{e^2}{\chi^2} \left[\frac{3 j_1(\chi R)}{\chi R} \right]^2 \quad \text{VII.3}$$

olarak hesaplanır. (Ek 5)

Magnetik yüklerin etkileşmesinin incelenmesinde ise magnetik dipol tabakasının $\delta \ll 1$ olmak üzere $R(1-\delta)$ ve $R(1+\delta)$ yarıçaplı iki zıt magnetik yüklü küresel kabuktan

oluştugu yaklaştırmayı yapılacaktır. Problemi çok basitleştiren bu yaklaştırmannın verdiği analitik sonuç, daha realist ve Şekil 4 e uyan bir magnetik yük dağılımının verdiği sonuca ilk mertebede özdeş olduğu için genellikle ayrıldığı düşünülmemelidir. (Ek 6) Böyle iki zıt magnetik yüklü küresel tabaka arasında hapsolmuş magnetik alan enerjisinin

$$U_0 = \frac{g'^2 \delta}{R(1-\delta^2)} \quad \text{VII.4}$$

olduğu görülür. Potansiyel ifadesinde ölçek çarpanı olarak kullanılacak bu nicelikte g' beher tabakanın taşıdığı $(3/4)g\delta$ mertebesindeki magnetik yükü belirtmektedir.

Söz konusu biçimde fakat zıt polariteli iki magnetik dipol tabakasının etkileşme potansiyelinin

VII.5

$$V_{gg}(x) = \begin{cases} U_0 \left[\frac{(1+\delta^2)x}{2\delta(1-\delta^2)} - 2 \right] & , \quad 0 \leq x \leq 2\delta \\ U_0 \left[\frac{\delta x}{1-\delta^2} - \frac{2\delta}{x} \right] & , \quad 2\delta \leq x \leq 2-2\delta \\ U_0 \left[\frac{(1-\delta)x}{4\delta(1+\delta)} - \frac{(1+\delta-x)^2 + (1-\delta)^2}{2\delta x} \right] & , \quad 2-2\delta \leq x \leq 2 \\ U_0 \left[\frac{(1-\delta)(2+2\delta-x)^2}{4\delta(1+\delta)x} \right] & , \quad 2 \leq x \leq 2+2\delta \\ 0 & , \quad 2+2\delta \leq x < \infty \end{cases}$$

olduğu hesaplanabilir. (Ek 7) Bu potansiyelin $\delta = 0,2$ gibi abartılmış bir değer için çizimi Şekil 6 da sunulmuştur. Bu kadar karmaşık ifadeli $V_{gg}(X)$ potansiyelinin Fourier dönüşümü çok basit bir biçimde

$$\tilde{V}_{gg}(X) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{g'^2}{R^2 X^4} \left[\frac{\sin[(1+\delta)XR]}{1+\delta} - \frac{\sin[(1-\delta)XR]}{1-\delta} \right]^2 \quad \text{VII. 6}$$

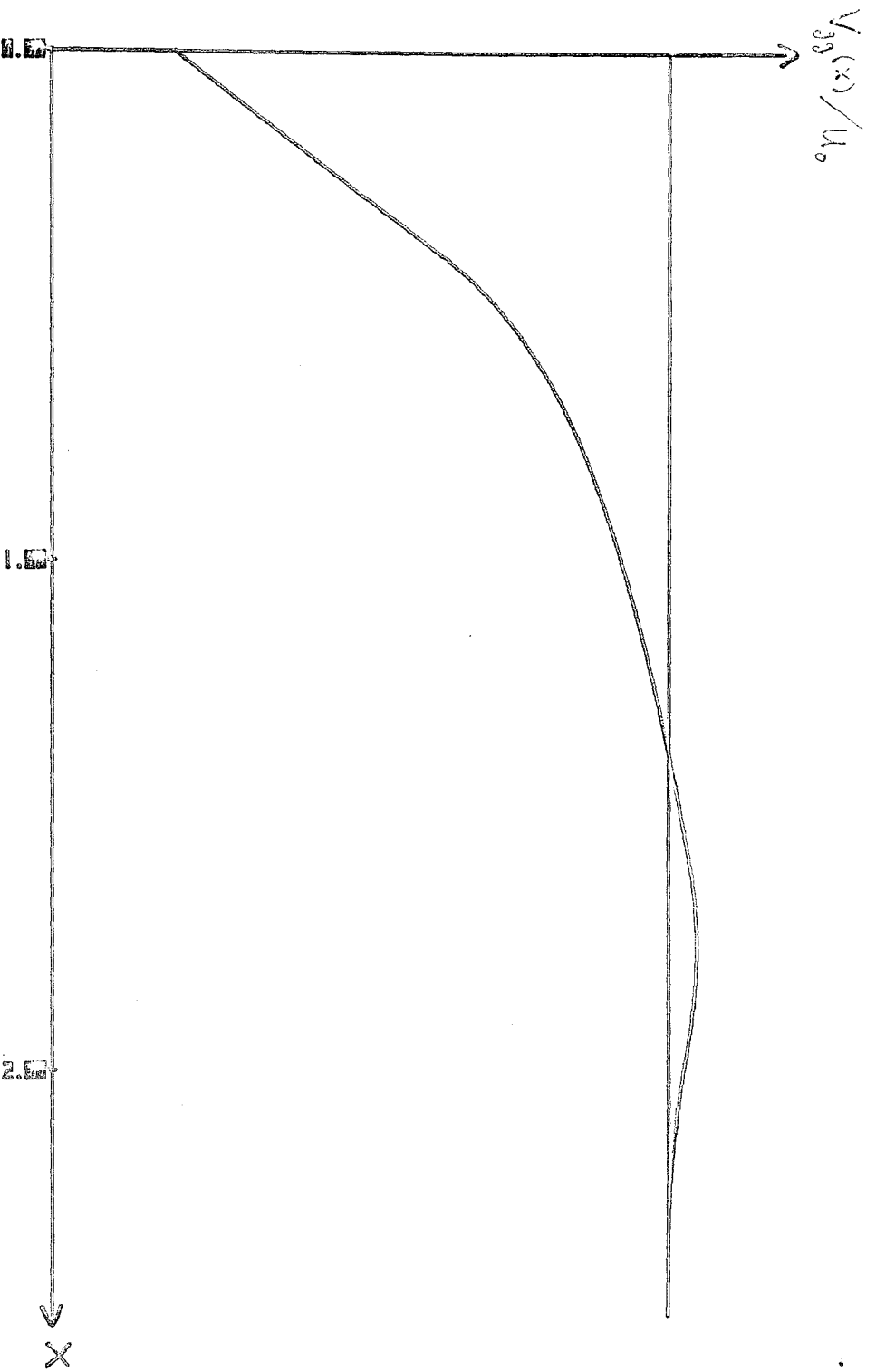
olarak bulunur. Bu ifade de $\delta \ll 1$ yaklaştırmaları ile

$$\tilde{V}_{gg}(X) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} 4 \delta^2 g'^2 R^2 [\gamma_1(XR)]^2 \quad \text{VII. 7}$$

haline gelir. (Ek 8)

Bu etkileşmenin iki ilginç yanından birincisi oluşan potansiyel kuyunun $\delta \simeq 0,2$ için yaklaşık 300 MeV'lık bir derinliği olabileceğidir. Bu derinliğin mertebesi kuvvetli etkileşmelerin açıklanması bakımından ümit vermektedir. Ayrıca $V_{gg}(X)$ potansiyelinin son yıllarda çarmonyum seviyelerini incelemekte başarı ile kullanılan lineer potansiyele sadece biçim bakımından benzerliği dikkati çekmektedir.¹⁶

Diğer ilginç gözlem de eş polariteli magnetik dipol tabakalarının etkileşmesinin moleküler potansiyel biçimine uyar şekilde uzakta sıfır, belli bir yakınlıkta çekici, daha da yakınlaşınca itici olmasıdır. Bu davranış akla örneğin Morse



SEKIL 5

potansiyelini getirmektedir. Süper kuvvetli etkileşmelerle bağlanmış "atom" ların aralarında etkileşmelerinin kuvvetli etkileşmeleri doğurabileceği öne sürülmektedir.¹⁷

Elektrik yüklü kürenin, küresel magnetik dipol tabakası ile etkileşmesi incelenmesi en zor olan konudur. Bu zorluğun nedeni rastgele bir $\vec{B}(\vec{r}) = B(r)\hat{r}$ ışınal magnetik alanının bir vektör potansiyel fonksiyonundan elde edilememesidir. Hatta $\vec{B} = r^{-2}\hat{r}$ alanı dışında herhangi bir ışınal alanın bu yolla elde edilebileceği şüphelidir.¹⁸ Durum böyle olunca klasik hareket denklemlerine dönmek tek çıkar yol olarak gözükmektedir.

İki hadronun tam cepheden çarpıştığı bir durumda simetrik noktalardaki $\vec{v} \times \vec{B}$ kuvvetleri, hadronları $\vec{v}$ ekseninde etrafında döndürecek şekilde oluşurlar. Sıyırma tipi bir çarpmada ise kuvvetler bu döndürmenin yanı sıra saptırıcı bir rol de oynarlar. Böylece en genel halde parçacıklar belli bir sapmaya uğrarken bir dönme hareketi de kazanmış olurlar.

Kuantum fiziği terimleri ile bu olay bir spin helisite durumu değişmesidir. Nokta yük etkileşmelerinde hem eş parçacık hem de parçacık, anti-parçacık çiftleri için sıfır olan elektrik yük - magnetik yük etkileşmesinin saçılma

genliğine katkısının magnetik yük dağılımları katkısına oranla küçük olacağı ümit edilir. Bu halde kazanç yalnızca modelin bünyesinde helisite değişikliği doğuran bir mekanizma olabileceğinin bilincidir.

Etkileşmeler konusu incelenirken son olarak toplam tesir kesitlerinin yüksek enerji limitleri için bir kestirim yapmak olanağı vardır. İki parçacığın kuvvetli etkileşebilmesi için birinin merkezinin ötekinin merkezinin $2R$ dan daha yakınından geçmesi gerekmektedir. Buna göre yüksek enerjilerde toplam tesir kesitinin

$$\sigma_T \simeq \pi R^2 - 4\pi R^2 \simeq 2 - 8 F^2 \simeq 20 - 80 \text{ mb} \quad \text{VII. 8}$$

olduğu görülür. Bu sonuç deneysel verilerle iyi uyuşmaktadır.¹⁹ Ayrıca enerji arttıkça esnek saçılmanın toplam tesir kesitine katkısının bölümün başında belirtilen nedenlerle azalması gerekir ki bu da deneye uymaktadır.²⁰

VIII. HADRONLARIN YAPI ÇARPANI FONKSİYONLARI VE KUTUPLAŞMA ÖZELLİKLERİ

Kendilerini oluşturan noktasal unsurlar Coulomb kuvveti ile etkileştikleri halde, cirimli parçacıkların Coulomb potansiyelinden değişik bir etkin potansiyel ile etkileştikleri görülmüştü. Bu durumun momentum uzayında saçılma genliği ifadelerine yansımaları incelemeğe değer bir konudur.

Etkin potansiyelin Fourier dönüşümü $\tilde{V}_{oo}(\chi)$, Coulomb potansiyelinin Fourier dönüşümü $\tilde{V}_{..}(\chi)$, parçacıkların yapı çarpını fonksiyonları $F_1(\chi)$ ve $F_2(\chi)$

$$\tilde{V}_{oo}(\chi) = F_1(\chi) F_2(\chi) \tilde{V}_{..}(\chi) \quad \text{VIII.1}$$

biçiminde ilintilidirler. Saçılma genlikleri de birinci Born yaklaştırmada potansiyellerin Fourier dönüşümlerine orantılı oldukları için

$$f_{oo}(\chi) = F_1(\chi) F_2(\chi) f_{..}(\chi) \quad \text{VIII.2}$$

bağıntısı elde edilebilir. Bu ilişkiler Coulomb potansiyelinin ötesinde bütün potansiyel etkileşmeleri için de doğrudurlar.

(Ek 9)

Eğer özdeş veya benzer iki parçacığın saçılma genliği biliniyorsa yapı çarpanı fonksiyonu

$$F(\chi) = \sqrt{\frac{f_{00}(\chi)}{f_{..}(\chi)}} = \sqrt{\frac{\tilde{V}_{00}(\chi)}{\tilde{V}_{..}(\chi)}} \quad \text{VIII. 3}$$

denklemleri kullanılarak elde edilebilir. Bölüm VII de iki düzgün elektrik yük dağılımlı kürenin etkileşme potansiyelinin Fourier dönüşümü

$$\tilde{V}_{00}(\chi) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{e^2}{\chi^2} \left[\frac{3 j_1(\chi R)}{\chi R} \right]^2 \quad \text{VIII. 4}$$

olarak verilmişti. İki nokta parçacık için ise aynı ifadenin

$R \rightarrow 0$ limiti hesaplanarak

$$\tilde{V}_{..}(\chi) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{e^2}{\chi^2} \quad \text{VIII. 5}$$

bulunur. Buna göre yapı çarpanı fonksiyonuna elektrik yük dağılımının katkısı

$$F_e(\chi) = \frac{3 j_1(\chi R)}{\chi R} \quad \text{VIII. 6}$$

olur. Bu sonucun yapı çarpanı fonksiyonunun integral ifadesi olan

$$F_e(\chi) \equiv \frac{4\pi}{\chi} \int_0^{\infty} r \sin(\chi r) \rho_e(r) dr \quad \text{VIII. 7}$$

denkleminin çözümüne özdeş olduğu görülmektedir.

Magnetik dipol tabakasının da katkısı aynı yollardan

$$F_g(\chi) = \frac{2g'\delta}{e} \chi R j_1(\chi R) \quad \text{VIII. 8}$$

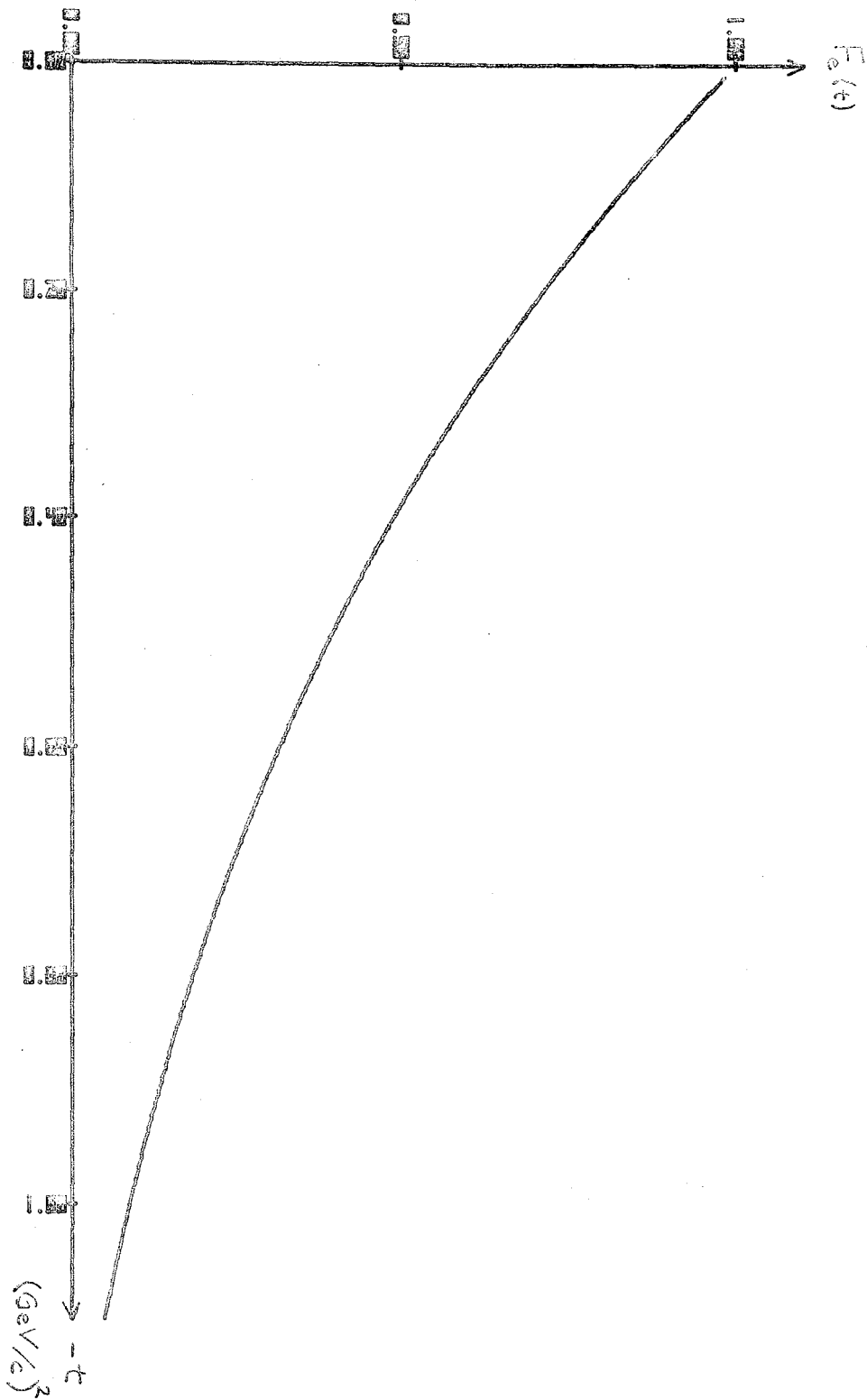
olarak bulunur. Bu katkıların çizimleri yeni bir değişken $t = -\frac{1}{2}\chi^2$ nin fonksiyonu olarak Şekil 7 ve Şekil 8 de sunulmuştur.

Bu noktada ortaya yapı çarpanı fonksiyonuna elektrik ve magnetik yük katkılarının nasıl toplanacağı sorunu çıkmaktadır. Bölüm II de sunulan elektrik ve magnetik niceliklerin ortogonal dönüşüm özellikleri hatırlanarak toplamın

$$F_1(\chi) = \sqrt{[F_e(\chi)]^2 + [F_g(\chi)]^2} \quad \text{VIII. 9}$$

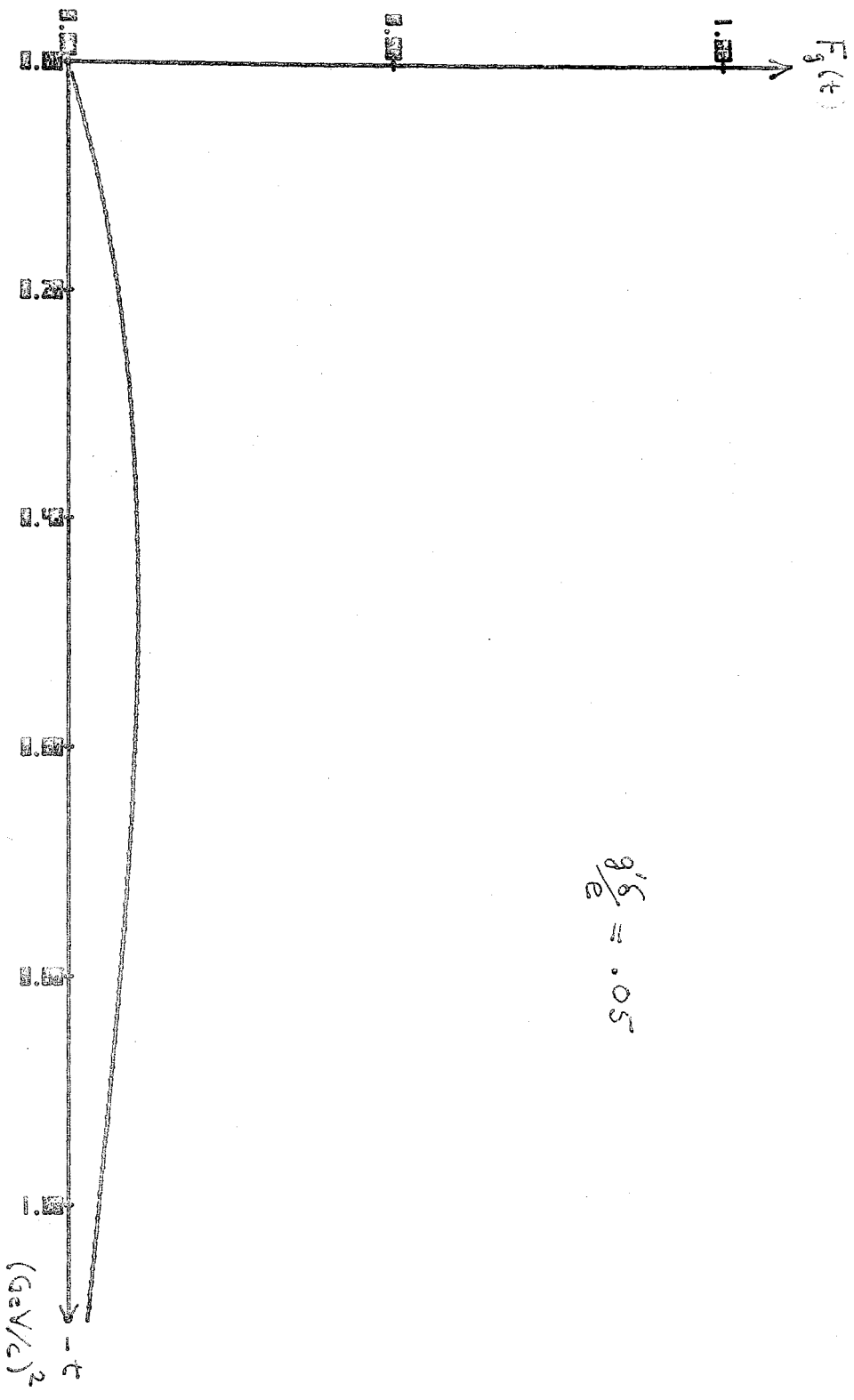
olarak yapılması gerektiği görülür. Bu kestirimlerin seçilecek uygun $g'\frac{\delta}{e}$ değerlerinin de yardımı ile deneysel verilere uydurulmasında güçlük çekilmeyeceği görülmektedir.

Modelde sadece küresel simetrik taban seviyeleri kullanıldığı



ŞEKİL 7

$$\frac{g'_6}{e} = .05$$



SEKIL 8

için diğer yapı çarpanı fonksiyonu $F_2(\chi)$ hakkında bir kestirim olanağı yoktur.

Hadronların bir özellikleri de elektromagnetik alanlarda kutuplanmalarıdır. Dış alanın etkisi ile tedirgenen sistemin enerji seviyesindeki değişmeler hesaplanırken ilk mertebe katkısının pariteden dolayı sıfır olduğu görülür. İkinci mertebe hesapları ise dış alanlar $\vec{E}$ ve $\vec{B}$ nin kuadratik fonksiyonları olan bir enerji seviye kaymasını

$$E_o^{(2)} = -\frac{1}{2} \alpha E^2 - \frac{1}{2} \beta B^2 \quad \text{VII.10}$$

olarak belirler. Bu denklemde α elektrik kutuplaşma, β da magnetik kutuplaşma sabitini ifade etmektedirler.

İncelenen model hadronlara bir harmonik osilatör yaklaşımı getirdiği için gerekli tedirgeme hesapları kolayca yapılabilir. Yüksüz pion modelinde olduğu gibi iki zıt magnetik yüklü parçacıktan oluşan bir harmonik osilatörün magnetik kutuplaşma sabitinin

$$\beta = \frac{g^2}{M\omega^2} \quad \text{VIII.11}$$

olduğu gösterilebilir. (Ek 10) Modelin verdiği

$$M\omega^2 = \frac{2g^2}{R^3} \quad \text{VIII.12}$$

ifadesi de kullanılarak

$$\beta = \frac{1}{2} R^3 \simeq 2 \cdot 10^{-40} \text{ cm}^3$$

VIII.13

elde edilir. Bu sonuç hem $SO(4, 2)$ sonsuz boyutlu dalga denklemleri metodları hem de "chiral" kuantum alanlar teorisi ile elde edilen sonuçlarla az çok uyuşmaktadır.^{21,22}

IX. UYARTILMIŞ DURUMLAR

Bölüm IV de M ve R gibi iki bilinmeyen parametreye bağlı bir hamiltonyen operatörünün taban durumunun π^0 parçacığı olduğu varsayılarak M ve R parametrelerinin değerleri saptanabilmişti. Artık elde bilinmeyen yanı kalmamış bir hamiltonyen olduğuna göre uyartılmış seviyelerin de incelenmesi ve bir kütle spektrumu elde edilmesi olanağı vardır. Taban seviyesi için yapılan relativistik olmayan anharmonik osilatör yaklaşımını, sonuçlar aksini gösterinceye kadar, uygulamak hesap kolaylığı sağlayacaktır.

Bu noktada üç boyutlu harmonik osilatör durumlarının $|\nu \ell m\rangle$ oldukları ve enerji seviyelerinin de

$$E = (2\nu + \ell + 3/2) \hbar \omega \quad \text{IX.1}$$

ifadesi ile verildiği hatırlanarak taban durumunun $|000\rangle$, ilk uyartılmış durumun $|01m\rangle$ olduğu, bunun da üstünde katmerli iki durum $|100\rangle$, $|02m\rangle$ bulunduğu ve spekt-

rumun bu minval üzere oluştuğu görölür. Kütlev spektrumunu elde etmek için önce seviyelerin enerjilerini tedirgeme metodları ile hesaplamak sonra da

$$mc^2 = 2Mc^2 + E \quad \text{IX.2}$$

ifadesini kullanmak gerekecektir. Taban durumunda olduğu gibi relativistik olmama şartı için $E_2 \gg |E_4|$, harmonik osilatör yaklaşımının geçerliliği için $E_2 \gg |E_3|$, E_5 eşitsizlikleri gereklidir.

Bu hesapların $|01m\rangle$ için sonuçları, bütün değerler MeV cinsinden ifade olunmak üzere:

$$E_0 = -40393$$

$$E_2 = 1129$$

$$E_3 = -44$$

$$E_4 = -22$$

$$E_5 = 0$$

$$E = -39331$$

$$mc^2 = 552$$

$$2Mc^2 = 39883$$

olarak elde edilir. Katmerli iki durumdan $|100\rangle$ için

$$E_0 = -40393$$

$$E_2 = 1580$$

$$E_3 = - 77$$

$$E_4 = - 48$$

$$E_5 = 0$$

$$E = - 38939$$

$$mc^2 = 944$$

$$2Mc^2 = 39883$$

diğeri $|02m\rangle$ için ise

$$E_0 = - 40393$$

$$E_2 = 1580$$

$$E_3 = - 70$$

$$E_4 = - 40$$

$$E_5 = 0$$

$$E = - 38924$$

$$mc^2 = 959$$

$$2Mc^2 = 39883$$

bulunur. (Ek 11)

Gerek mezon kütle spektrumunda 1 GeV den yukarıdaki bölgede seviyelerin sık olması, gerek de relativistik düzeltmenin büyümesi yüzünden daha üst seviyelerin hesaplanması çok şey kazandırmayacaktır. Elde edilen sonuçların bilinen kütlelerle karşılaştırılması aşağıdaki tablo yardımı ile yapılabilir:

<u>DURUM</u>	<u>TEORİK KÜTLE</u>	<u>PARÇACIK</u>	<u>DENEYSEL KÜTLE</u>
$ 000\rangle$	135 MeV/c ²	π^0	135 MeV/c ²
$ 01m\rangle$	552 MeV/c ²	η	549 MeV/c ²
$ 100\rangle$	944 MeV/c ²	M(940)	940 MeV/c ²
$ 02m\rangle$	959 MeV/c ²	η'	958 MeV/c ²

İncelenen kütle aralığında bulunan tüm mezonlar ise π (135), η (549), ε (600), ρ (770), ω (784), M(940), M(953), η' (958) oldukları için sağlanan uyum ilginçtir.²³ Hele bu üç durumdan $V = 0$ olan üç tanesine karşı gelen π, η, η' parçacıklarının SU(3) modelinde de aynı izoskalar çok-katlıının sıfır hiper-yüklü elemanlarını oluşturmaları dikkati çekmektedir.²⁴ Elde edilen anharmonik osilatör durumlarının parçacıklarla eşleştirilmelerinde spin ve parite kavramlarının göz önüne alınmaması eleştiriye açıktır. Buna karşı magnetik yükleri içeren problemlerde spin, istatistik ve dolayısıyla parite'nin açıklığa kavuşmadığı söylenebilir.^{25,26}

X. SONUÇ

Magnetik yüklü parçacıkları konu alan çalışmaların en zor yanları sonuç bölümleridir. Fizik laboratuvarında başlayıp laboratuvarında biten deneysel bir bilim olduğu için belli bir süre içinde doğrulanamayan spekülatif yaklaşımlar zamanla yıpranmaktadır. Yarım asra yakındır teorik fiziğin ilginç bir alanı olan ve artık en klasik ders kitaplarına girecek kadar kendini kabul ettiren magnetik yükler de bu baskının altındadır.²⁷

Magnetik yükler doğrudan veya parite durumları buna olanak tanımıyorsa hadron yapısı içinde dolaylı olarak gözlenmedileri takdirde konunun giderek akademik hale dönüşmesi doğaldır. Bu parçacıklar eğer doğada varlar ise en büyük olasılık hadronların içinde bağlı durumda gizlendikleridir. Bu duruma göre hadronlar hakkında edinilen bilgilerin magnetik yükler konusuna ışık tutması gerekir.

Bir hadron modeli hadronlar arası etkileşmeler düzeyine geçmeden önce hadronların tek tek özelliklerini açıklama-

lıdır. Bu özellikler

1. Kuantum sayıları
2. Yapı çarpanı fonksiyonları
3. Elektromagnetik kutuplaşma sabitleri
4. Bozunma hızları
5. Uyarılmış seviyelerin özellikleri

biçiminde sıralanabilir.²¹ Magnetik yükler gerçekten hadronların yapı-taşları iseler kendi özelliklerini bu beş özelliğe dolaylı olarak göstermelidirler.

Bu çalışmada yüksüz pionun kütle kuantum sayısı, spin'siz oluşu, yarıçapı ve bozunma biçiminin magnetik yüklü yapı-taşları kullanılarak elde edilebileceği görülmektedir. Fakat bu dört noktayı açıklamak için magnetik yükün büyüklüğü, kütlesi, spin'i ve yarıçapı hakkında dört ayrı varsayım yapıldığı da unutulmamalıdır.

Yüksüz piondan genelleştirilen model, yapı çarpanı fonksiyonlarından yük dağılımına ait olan $F_1(X)$ ifadesini az çok bir başarı ile verdiği halde elektromagnetik dipol yapıyı yansıtan $F_2(X)$ ifadesini kapsamına alamamaktadır.

Elektromagnetik kutuplaşma özellikleri için modelin verdiği sayı pion kutuplaşmalarını ölçen deneyler yapılmadığı için ancak diğer teorik sonuçlarla karşılaştırılabilmekte ve

yaklaşık aynı mertebede çok küçük nicelikler oldukları görülmektedir.

Bozunma hızının π^0 gibi bir sistem için hesaplanması ayrı ve detaylı bir çalışmayı gerektirmektedir. Pozitronyum taban seviyesi için yapılan hesaplar

$$\gamma = \frac{2\hbar}{mc^2 \alpha^5} \simeq 10^{-10} \text{ s} \quad \text{X.1}$$

vermektedir.²⁸ Çok basit düzeyde bir yaklaşımla süper kuvvetli etkileşmeler için

$$\gamma = \frac{2\hbar}{Mc^2 \gamma^5} \simeq 10^{-35} \text{ s} \quad \text{X.2}$$

gibi aşırı kısa bir ömür önerilebilir. Nitel olarak π^0 parçacığının pozitronyumdan çok daha kısa ömürlü oluşunu veren bu yaklaşım nicel düzeyde başarısızdır. Pozitronyum'un bir nokta parçacık problemi olduğu ve aynı yaklaşımla π^0 probleminin hiç çözülemediği düşünülürse bu başarısızlık doğaldır. Yapı-taşlarının cirimli oluşunu göz önüne alan bir yaklaşım daha başarılı olacaktır. Nitekim asıl başlangıç noktasından hareketle: σ serbest halde bozunma tesir kesiti, v göreceli hız, ρ da olasılık yoğunluğu olmak üzere

$$\gamma = [\sigma v \rho]^{-1} \quad \text{X.3}$$

denklemini kullanılırsa

$$\sigma = \pi R^2 \quad v = \sqrt{\frac{E_2}{M}} \approx \frac{c}{5} \quad \rho = \left[\frac{4}{3} \pi R^3 \right]^{-1} \quad \text{X.4}$$

alınarak

$$\gamma \approx \frac{R}{c} \approx 10^{-23} \text{ s} \quad \text{X.5}$$

elde edilir. Bu sayı gerçek değer $\gamma \approx 10^{-16} \text{ s}$ ye çok daha yakındır. Cirim faktörünü daha da temelde göz önüne alan bir yaklaşımın çok daha başarılı olacağı ümit edilir.

Uyartılmış seviyelerin kütle spektrumunun mezonlar için kısmen de olsa elde edilebildiği Bölüm IX da görülmüştü. Bu uyumu magnetik yüklü yapı-taşları kullanmanın bir başarısı olarak görmek doğru olmayabilir. Örneğin SU(3) modelinde iki kuarkın bağlı durumu varsayılan mezonların eksik olan iç dinamiği benzer bir etkin potansiyel ile tamamlanırsa aynı kütle spektrumu elde edilecektir.

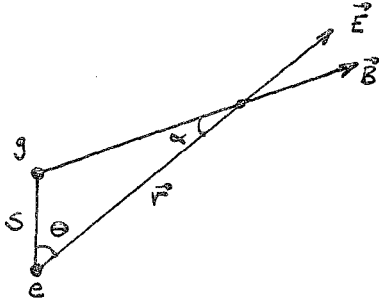
Her tam anlaşılamamış konuda olduğu gibi önerilen model yer yer başarılı gözükmemekte, yer yer de kendini kısıtlı oluşu ile kurtarmaktadır. İyimser bir görüşle ümitsiz bir model olmadığı ve üzerinde daha çalışılmaya değeceği söylenebilir.^{29,30,31}

KAYNAKLAR

- 1) P.A.M. Dirac, Proc. Roy. Soc., A 133 (1931) 60.
- 2) P.A.M. Dirac, Phys. Rev., 74 (1948) 817.
- 3) R.A. Carrigan, Nuovo Cimento, 39 (1963) 638.
- 4) L.I. Schiff, Phys. Rev., 160 (1967) 1257.
- 5) J. Schwinger, Science, 165 (1969) 757.
- 6) E. Amaldi, "On the Dirac Magnetic Poles," "Old and New Problems in Elementary Particles" adlı kitapta. Editör: G. Puppi, Academic Press (1968).
- 7) K.M. Case, Phys. Rev., 80 (1950) 797.
- 8) J.J. Thomson, "Elements of the Mathematical Theory of Electricity and Magnetism, 4th Ed.," Cambridge University Press (1909), Sayfa 532.
- 9) A.O. Barut, H. Schneider, J. Math. Phys., 17 (1976) 1115.
- 10) O. Tümbek, H. Beker, B. Ü. Dergisi, 2 (1974) 115.
- 11) A.O. Barut, Phys. Lett., 38 B (1972) 97
- 12) M. von Laue, Phys. Z., 12 (1911) 85
- 13) R. Wilson, Physics Today, 22 (1969) 47
- 14) H.A. Bethe, R.F. Bacher, Rev. Mod. Phys., 8 (1936) 82.

- 15) L. Hand, D.G. Miller, R. Wilson, Rev. Mod. Phys.,
35 (1963) 335.
- 16) B. Harrington, S.Y. Park, A. Yıldız, Phys. Rev. Lett.,
34 (1975) 168.
- 17) A.O. Barut, Phys. Rev., D3 (1971) 1747.
- 18) R. Berker, Özel görüşme.
- 19) Particle Data Group, Rev. Mod. Phys., 48 (1976) 554-557.
- 20) Particle Data Group, Rev. Mod. Phys., 48 (1976) 556-557.
- 21) A.O. Barut, J. Nagel, Phys. Rev., 13 D (1976) 2075.
- 22) V.N. Pervushin, M.K. Volkov, Phys. Lett., 55 B (1975) 405.
- 23) Particle Data Group, Rev. Mod. Phys., 48 (1976) 526.
- 24) Particle Data Group, Rev. Mod. Phys., 48 (1976) 529.
- 25) N.F. Ramsey, Phys. Rev., 109 (1958) 225.
- 26) A.O. Barut, Phys. Rev., D10 (1973) 2709.
- 27) J.D. Jackson, "Classical Electrodynamics, 2nd Ed.,"
John Wiley (1975), Sayfa 251-261.
- 28) M.A. Strosio, Physics Reports, 22 (1975) 215.
- 29) I. Adawi, Am. J. Phys., 44 (1976) 762.
- 30) I. Adawi, Phys. Rev., D (Basılacak).
- 31) A.O. Barut, Lett. Math. Phys., 1 (1976) 315.

EK 1: ELEKTROMAGNETİK AÇISAL MOMENTUM



$$\vec{p} = \frac{1}{4\pi c} \vec{E} \times \vec{B}$$

$$\vec{L} = \frac{1}{4\pi c} \vec{r} \times \vec{E} \times \vec{B}$$

$$L_3 = \frac{1}{4\pi c} r E B \sin \alpha \sin \theta$$

$$E = \frac{e}{r^2}$$

$$B = \frac{g}{r^2 - 2rs \cos \theta + s^2}$$

$$\sin \alpha = \frac{s \sin \theta}{[r^2 - 2rs \cos \theta + s^2]^{1/2}}$$

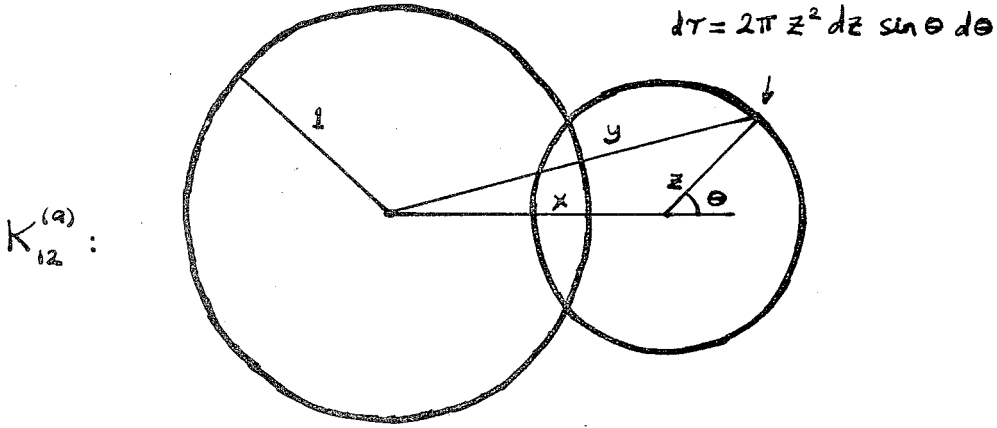
$$L_3 = \int L_3 dr = \frac{egs}{2c} \int_{-1}^1 d(\cos \theta) \sin^2 \theta \int_0^\infty \frac{r dr}{[r^2 - 2rs \cos \theta + s^2]^{3/2}}$$

$$L_3 = \frac{eg}{2c} \int_{-1}^1 d(\cos \theta) \frac{\sin^2 \theta}{1 - \cos \theta}$$

$$L_3 = \frac{eg}{c}$$

EK 2: ETKİN POTANSİYEL

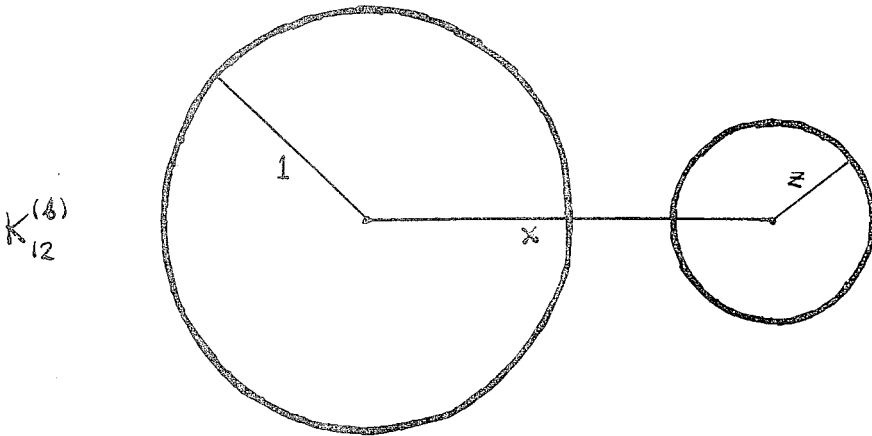
Bu ekte önce R yarıçaplı bir küre ile değişik konumlarda küresel kabukların etkileşmesi incelenecek, bu ifadenin bütün kabuklar üzerinden integrali ise küre-küre potansiyelini verecektir. Hesaplar boyunca, $R=1$, $g=1$ alınacak, dolayısıyla $\rho = \pm 3/4\pi$ olacaktır. Küre-kabuk konumları $1 \leq x \leq 2$ aralığında



$$y^2 = x^2 + z^2 + 2xz \cos \theta$$

$$1 = x^2 + z^2 + 2xz \cos \theta$$

$$\sin \theta d\theta = -\frac{y dy}{xz}$$



olurlar.

Kürenin yarattığı potansiyel

$$U(y) = \begin{cases} \frac{3-y^2}{2} & , \quad 0 \leq y \leq 1 \\ \frac{1}{y} & , \quad 1 \leq y < \infty \end{cases}$$

ile verilir. Buna göre $K_{12}^{(a)}$ konumunda küre-kabuk potansiyel enerjisi

$$dV_{12}^{(a)} = \int u \rho d\tau$$

$$dV_{12}^{(a)} = - \int_0^{\Theta_0} \frac{1}{y} \left(\frac{3}{2} z^2 dz \sin \theta d\theta \right) - \int_{\Theta_0}^{\pi} \left(\frac{3-y^2}{2} \right) \left(\frac{3}{2} z^2 dz \sin \theta d\theta \right)$$

$$dV_{12}^{(a)} = - \frac{3}{2} \frac{z^2 dz}{x} \left[\int_1^{x+z} dy + \int_{x-z}^1 \left(\frac{3-y^2}{2} \right) y dy \right]$$

$$dV_{12}^{(a)} = - \frac{3}{2} \frac{z dz}{x} \left[\frac{z^4}{8} - \frac{x}{2} z^3 + \left(\frac{3}{4} x^2 - \frac{3}{4} \right) z^2 + \left(-\frac{x^3}{2} + \frac{3}{2} x + 1 \right) z + \left(\frac{x^4}{8} - \frac{3}{4} x^2 + x - \frac{3}{8} \right) \right]$$

olur. $K_{12}^{(b)}$ konumunda ise

$$dV_{12}^{(b)} = - \frac{3 z^2 dz}{x}$$

olduğu bilinmektedir. Küre-küre potansiyeli için ise

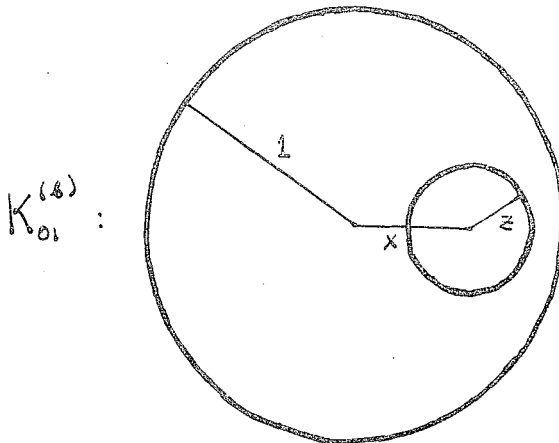
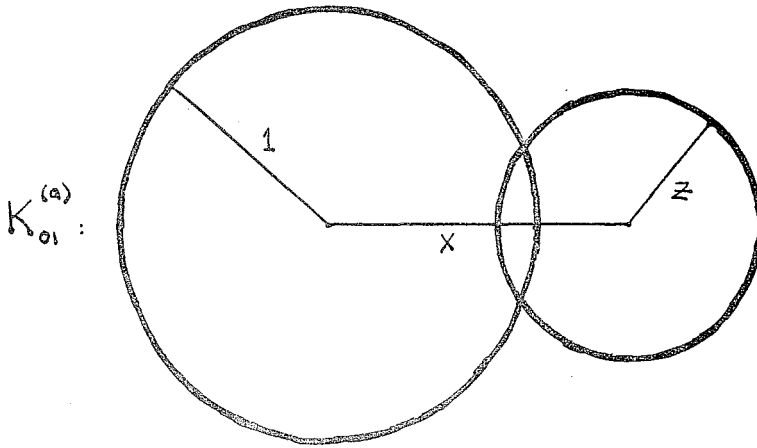
$$V_{12}(x) = \int_0^{x-1} dV_{12}^{(b)} + \int_{x-1}^1 dV_{12}^{(a)}$$

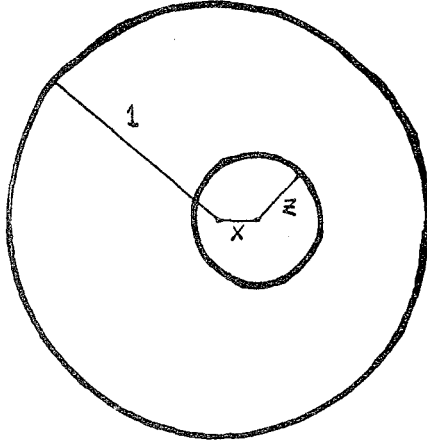
$$V_{12}(x) = -\frac{1}{x} \int_0^{x-1} 3z^2 dz - \frac{3}{2x} \int_{x-1}^1 \left[\frac{z^5}{8} - \frac{x}{2} z^4 + \left(\frac{3}{4} x^2 - \frac{3}{4} \right) z^3 + \left(-\frac{x^3}{2} + \frac{3}{2} x + 1 \right) z^2 + \left(\frac{x^4}{8} - \frac{3}{4} x^2 + x - \frac{3}{8} \right) z \right] dz$$

integrali hesaplanarak

$$V_{12}(x) = \frac{1}{160} x^5 - \frac{3}{16} x^3 + \frac{1}{2} x^2 - \frac{6}{5}$$

sonucuna ulaşılır. $0 \leq x \leq 1$ aralığında



$K_{o1}^{(c)} :$


küre-kabuk konumları vardır. $K_{o1}^{(a)}$ konumunda küre-kabuk potansiyel enerjisi

$$dV_{o1}^{(a)} = -\frac{3}{2} \frac{z dz}{x} \left[\int_1^{x+z} \frac{dy}{y^2} + \int_{x-z}^1 \left(\frac{3-y^2}{2} \right) y dy \right]$$

olur. Bu ifade ikinci integralin alt limiti dışında $dV_{12}^{(a)}$ ya özdeştir. Söz konusu integralin çözümü y 'nin çift bir fonksiyonu olduğu için alt limitin eksi oluşu sonucu etkilemez ve $dV_{o1}^{(a)} = dV_{12}^{(a)}$ olduğu görülür. Aynı nedenle

$K_{o1}^{(c)}$ konumunun sonucu $K_{o1}^{(b)}$ sonucuna özdeştir.

$K_{o1}^{(s)}$ konumunda ise

$$dV_{o1}^{(b)} = -\frac{3}{2} \frac{z dz}{x} \int_{x-z}^{x+z} \left(\frac{3-y^2}{2} \right) y dy$$

$$dV_{o1}^{(b)} = -\frac{3}{2} z dz \left[(3-x^2) z - z^3 \right]$$

olur.

Küre-küre potansiyeli için

$$V_{01}(x) = \int_0^{1-x} dV_{01}^{(b)} + \int_{1-x}^1 dV_{01}^{(a)},$$

$$\begin{aligned} V_{01}(x) = & -\frac{3}{2} \int_0^{1-x} [(3-x^2)z^2 - z^4] dz - \\ & -\frac{3}{2x} \int_{1-x}^1 \left[\frac{z^5}{8} - \frac{x}{2} z^4 + \left(\frac{3}{4} x^2 - \frac{3}{4} \right) z^3 + \right. \\ & \left. + \left(-\frac{x^3}{2} + \frac{3}{2} x + 1 \right) z^2 + \left(\frac{x^4}{8} - \frac{3}{4} x^2 + x - \frac{3}{8} \right) z \right] dz \end{aligned}$$

integrallerinden

$$V_{01}(x) = V_{12}(x) = \frac{1}{160} x^5 - \frac{3}{16} x^3 + \frac{1}{2} x^2 - \frac{6}{5}$$

elde edilir.

EK 3 : TEDİRGEME HESAPLARI

$$\frac{V_0}{Mc^2} = -\frac{6K}{5} \quad , \quad \frac{V_2}{Mc^2} = \frac{K}{2} x^2$$

$$\frac{V_3}{Mc^2} = -\frac{3K}{16} x^3 \quad , \quad \frac{V_5}{Mc^2} = \frac{K}{160} x^5$$

$$E_2 = 2 \langle V_2 \rangle$$

$$\frac{E_3}{E_2} = -\frac{3}{16} \frac{\langle x^3 \rangle}{\langle x^2 \rangle} \quad , \quad \frac{E_5}{E_2} = \frac{1}{160} \frac{\langle x^5 \rangle}{\langle x^2 \rangle}$$

$$\psi \sim e^{-\frac{1}{2}ax^2} \quad , \quad a = \frac{\gamma}{\sqrt{2K}}$$

$$\langle x^2 \rangle \sim \int_0^\infty x^4 e^{-ax^2} dx = \frac{3\sqrt{\pi}}{8 a^{5/2}}$$

$$\langle x^3 \rangle \sim \int_0^\infty x^5 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{a^3}$$

$$\langle x^4 \rangle \sim \int_0^\infty x^6 e^{-ax^2} dx = \frac{15\sqrt{\pi}}{16 a^{7/2}}$$

$$\langle x^5 \rangle \sim \int_0^\infty x^7 e^{-ax^2} dx = \frac{3}{a^4}$$

$$\frac{E_3}{E_2} = -\frac{1}{2\sqrt{\pi} \sqrt{a}} \quad , \quad \frac{E_5}{E_2} = \frac{1}{20\sqrt{\pi} a^{3/2}}$$

$$\frac{E_4}{Mc^2} = - \frac{\langle P^4 \rangle}{M^4 c^4}$$

$$H_0 = \frac{P^2}{M} + V_2$$

$$\langle P^4 \rangle = M^2 [\langle H_0^2 \rangle - \langle H_0 V_2 \rangle - \langle V_2 H_0 \rangle + \langle V_2^2 \rangle]$$

$$\langle P^4 \rangle = M^2 \langle V_2^2 \rangle$$

$$\frac{E_4}{Mc^2} = - \left\langle \left(\frac{V_2}{Mc^2} \right) \right\rangle$$

$$\frac{E_4}{Mc^2} = - \frac{K^2}{4} \langle x^4 \rangle$$

$$\frac{E_4}{E_2} = - \frac{K}{4} \frac{\langle x^4 \rangle}{\langle x^2 \rangle}$$

$$\frac{E_4}{E_2} = - \frac{5}{8} \frac{K}{a} //$$

EK 4 : BİLGİSAYARLA SAYISAL DEĞERLENDİRME

```

10 K=1.688
20 G=137
30 E0=-6*K/5
40 E2=3*K^1.5/(2^0.5*G)
50 A=G/(2*K)^0.5
60 E3=-E2/(2*A^0.5*PI^0.5)
70 E4=-E2*5*K/(R*A)
80 E5=E2/(20*A^1.5*PI^0.5)
90 E=E0+E2+E3+E4+E5
100 M=135/(2+E)
110 L=197.33/M
120 R=197.33*G/(K*M)
130 PRINT "K=";K;"G=";G
140 PRINT "E0=";M*E0;"E2=";M*E2;"E3=";M*E3
150 PRINT "E4=";M*E4;"E5=";M*E5;"E=";M*E
160 PRINT "M=";M;"L=";L;"R=";R
170 END

```

```

K= 1.688    G= 137
E0=-40393.49548    E2= 677.175848    E3=-22.12266768
E4=-9.581537707    E5= 0.029670041    E=-39747.99317
M= 19941.49658    L= 9.89545E-03    R= 0.803125642

```

EK 5 : ETKİN POTANSİYELİN FOURIER DÖNÜŞÜMÜ

Potansiyel fonksiyonlarının Fourier dönüşümleri

$$\tilde{V}(\vec{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3r V(\vec{r}) e^{-i\vec{x} \cdot \vec{r}}$$

küresel simetrik potansiyeller için

$$\tilde{V}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{x} \int_0^{\infty} dr r V(r) \sin(xr)$$

haline gelirler. $x = r/R$, $y = xR$ tanımları ile etkin potansiyel

$$V(x) = \begin{cases} \frac{q^2}{R} \left[\frac{1}{160} x^5 - \frac{3}{16} x^3 + \frac{1}{2} x^2 - \frac{6}{5} \right] & , 0 \leq x \leq 2 \\ \frac{q^2}{R} \left[-\frac{1}{x} \right] & , 2 \leq x < \infty \end{cases}$$

için bu dönüşüm

$$\tilde{V}(y) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{q^2 R^2}{y} \left[\frac{1}{160} \int_0^2 x^6 \sin(xy) dx - \frac{3}{16} \int_0^2 x^4 \sin(xy) dx + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \int_0^2 x^3 \sin(xy) dx - \frac{6}{5} \int_0^2 x \sin(xy) dx - \int_2^{\infty} \sin(xy) dx \right]$$

olur.

INTEGRAL FORMÜLLERİ

$$\int x^6 \sin(xy) dx = \left[\frac{6x^5}{y^2} - \frac{120x^3}{y^4} + \frac{720x}{y^6} \right] \sin(xy) +$$

$$+ \left[-\frac{x^6}{y} + \frac{30x^4}{y^3} - \frac{360x^2}{y^5} + \frac{720}{y^7} \right] \cos(xy)$$

$$\int x^4 \sin(xy) dx = \left[\frac{4x^3}{y^2} - \frac{24x}{y^4} \right] \sin(xy) + \left[-\frac{x^4}{y} + \frac{12x^2}{y^3} - \frac{24}{y^5} \right] \cos(xy)$$

$$\int x^3 \sin(xy) dx = \left[\frac{3x^2}{y^2} - \frac{6}{y^4} \right] \sin(xy) + \left[-\frac{x^3}{y} + \frac{6x}{y^3} \right] \cos(xy)$$

$$\int x \sin(xy) dx = \frac{1}{y^2} \sin(xy) - \frac{x}{y} \cos(xy)$$

$$\int \sin(xy) dx = -\frac{1}{y} \cos(xy)$$

kullanılarak

$$\int_0^2 x^6 \sin(xy) dx = \left[\frac{192}{y^2} - \frac{960}{y^4} + \frac{1440}{y^6} \right] \sin(2y) +$$

$$+ \left[-\frac{64}{y} + \frac{480}{y^3} - \frac{1440}{y^5} + \frac{720}{y^7} \right] \cos(2y) - \frac{720}{y^7}$$

$$\int_0^2 x^4 \sin(xy) dx = \left[\frac{32}{y^2} - \frac{48}{y^4} \right] \sin(2y) + \left[-\frac{16}{y} + \frac{48}{y^3} - \frac{24}{y^5} \right] \cos(2y) +$$

$$+ \frac{24}{y^5}$$

$$\int_0^2 x^3 \sin(xy) dx = \left[\frac{12}{y^2} - \frac{6}{y^4} \right] \sin(2y) + \left[-\frac{8}{y} + \frac{12}{y^3} \right] \cos(2y)$$

$$\int_0^2 x \sin(xy) dx = \frac{1}{y^2} \sin(2y) - \frac{2}{y} \cos(2y)$$

$$\int_2^\infty \sin(xy) dx = \frac{1}{y} \cos(2y)$$

elde edilir. Böylece

$$\begin{aligned} \tilde{V}(y) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{g^2 R^2}{y} \left\{ \left[\left(\frac{6}{5} - 6 + 6 - \frac{6}{5} \right) \frac{1}{y^2} + (-6 + 9 - 3) \frac{1}{y^4} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{9}{y^6} \right] \sin(2y) + \left[\left(-\frac{2}{3} + 3 - 4 + \frac{12}{5} - 1 \right) \frac{1}{y} + (3 - 9 + 6) \frac{1}{y^3} + \right. \right. \\ \left. \left. + (-9 + \frac{9}{2}) \frac{1}{y^5} + \frac{9}{2} \frac{1}{y^7} \right] \cos(2y) - \frac{9}{2} \frac{1}{y^7} - \frac{9}{2} \frac{1}{y^5} \right\}, \end{aligned}$$

$$\tilde{V}(y) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{g^2 R^2}{y} \left\{ \frac{9}{y^6} \sin(2y) - \frac{9}{2y^5} [\cos(2y) + 1] + \frac{9}{2y^7} [\cos(2y) - 1] \right\},$$

$$\tilde{V}(x) = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{g^2}{x^2} \left[\frac{3 j_1(xR)}{xR} \right]^2$$

Sonucu çıkartılır. Bu sonucun en önemli yanı

$$\rho(r) = \begin{cases} \frac{3g}{4\pi R^3} & , 0 \leq r \leq R \\ 0 & , R < r < \infty \end{cases}$$

olmak üzere

$$\tilde{V}(x) = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{x^2} \left[\frac{4\pi}{x} \int_0^\infty r \sin(xr) \rho(r) dr \right]^2$$

denklemini gerçeklemesi ve böylece $V(x)$ 'in analitik ifadesinin doğruluğunu sağlamasıdır.

(Bkz: Ek 9)

EK:6 MAGNETİK DIPOL TABAKASINA YAPILAN YAKLAŞTIRMANIN GEÇERLİLİĞİ

Bu ekte tez metninde kalınlığı olmayan kabuklarla elde edilen $V_{gg}(x)$ sonucunun daha realist bir yaklaşımla elde edilecek sonuca analitik bakımdan özdeş olduğu gösterilecektir. Bunun için Şekil 4 dekinde daha uygun,

$$\delta, \delta' \ll 1, \quad \rho_0 = \frac{3g}{4\pi R^3}$$

olmak üzere

$$\rho(x) = \begin{cases} 0 & , 0 \leq x \leq 1 - \delta \\ \frac{x-1+\delta}{2x\delta} \rho_0 & , 1 - \delta \leq x < 1 \\ \frac{x-1-\delta'}{2x\delta'} \rho_0 & , 1 < x \leq 1 + \delta' \\ 0 & , 1 + \delta' \leq x < \infty \end{cases}$$

biçiminde, sadece $1 - \delta \leq x \leq 1 + \delta$ aralığında

sıfırdan farklı olan ve $x=1$ de $\pm \rho_0/2$ olan magnetik yük yoğunluğu kullanılacaktır. Toplam yükün sıfır olması gereğinden

$$\int_{1-\delta}^1 \left[\frac{x-1+\delta}{2x\delta} \right] x^2 dx + \int_1^{1+\delta'} \left[\frac{x-1-\delta'}{2x\delta'} \right] x^2 dx = 0$$

yazılır ve bu intagrellerin çözümü

$$3\delta - \delta^2 = 3\delta' + \delta'^2$$

sonucunu verir. Yapı çarpanı fonksiyonu

$$F(\chi) = \frac{4\pi}{\chi} \int_0^{\infty} r \sin(\chi r) \rho(r) dr$$

ise $y \equiv \chi R$ tanımı ile

$$F(y) = \frac{3g}{y} \left[\int_{1-\delta}^1 x \sin(xy) \left[\frac{x-1+\delta}{2x\delta} \right] dx + \int_1^{1+\delta'} x \sin(xy) \left[\frac{x-1-\delta'}{2x\delta'} \right] dx \right]$$

olur. Bu integrallerin çözümünden ise

$$F(y) = \frac{3g}{2y} \left\{ \frac{1}{\delta} \left[\frac{\sin y}{y^2} - \frac{\sin[(1-\delta)y]}{y^2} - \delta \frac{\cos y}{y} \right] + \frac{1}{\delta'} \left[\frac{\sin[(1+\delta')y]}{y^2} - \frac{\sin y}{y^2} + \delta' \frac{\cos y}{y} \right] \right\}$$

elde edilir.

$\delta, \delta' \ll 1$ kullanılarak ilk iki mertebe

$$F(y) = \frac{3g}{2y} \left[\frac{(\delta - \delta')}{2} \sin y - \frac{(\delta^2 + \delta'^2)}{6} y \cos y \right]$$

olarak bulunur. Aslında bu iki mertebe aynıdır

$$3\delta - \delta^2 = 3\delta' + \delta'^2$$

denklemini hatırlanarak

$$\delta - \delta' = \frac{\delta^2 + \delta'^2}{3} \simeq \frac{2}{3} \delta^2$$

ve dolayısıyla

$$F(y) \simeq \frac{3g}{2y} \frac{\delta^2}{3} (\sin y - y \cos y)$$

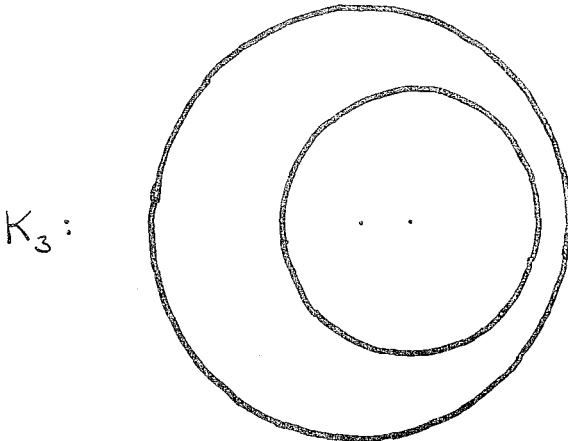
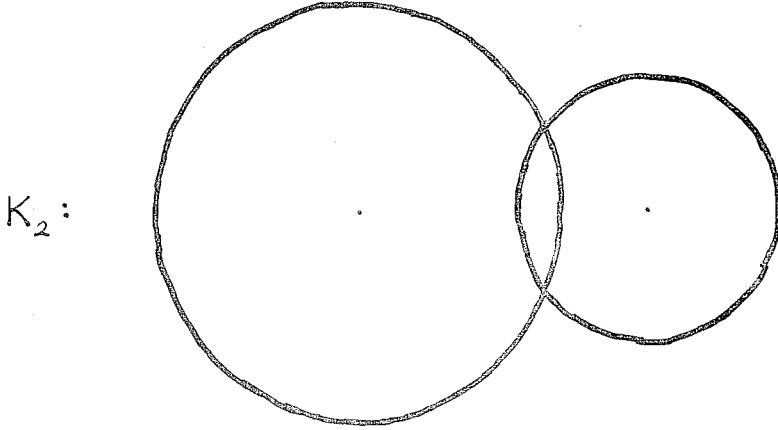
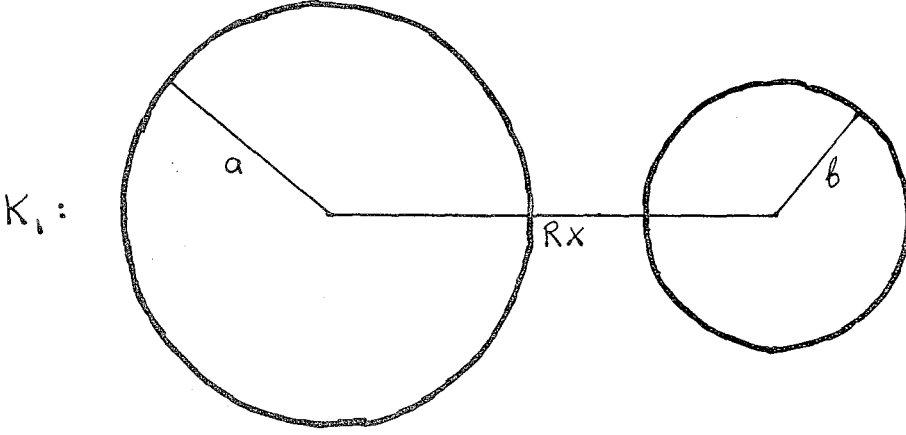
$$F(\chi) \simeq \frac{g\delta^2}{2} \chi R j_1(\chi R)$$

olur. Bu sonucun denklem VII.7 deki yapı çarpanı fonksiyonuna analitik özdeşliği, potansiyel elde edilirken yapılan yaklaştırmamanın genelliği bozmadığını kanıtlamaktadır.

(Bkz: Ek 9)

EK 7 : $V_{gg}(X)$ POTANSİYELİ

Bu ekte önce iki küresel kabuğun değişik konumlarda etkileşmesi incelenecek, sonra da bu sonuçlar iki küresel dipol tabakanın etkileşme potansiyelini bulmakta kullanılacaktır. Biri a diğeri b yarıçaplı iki küresel kabuk



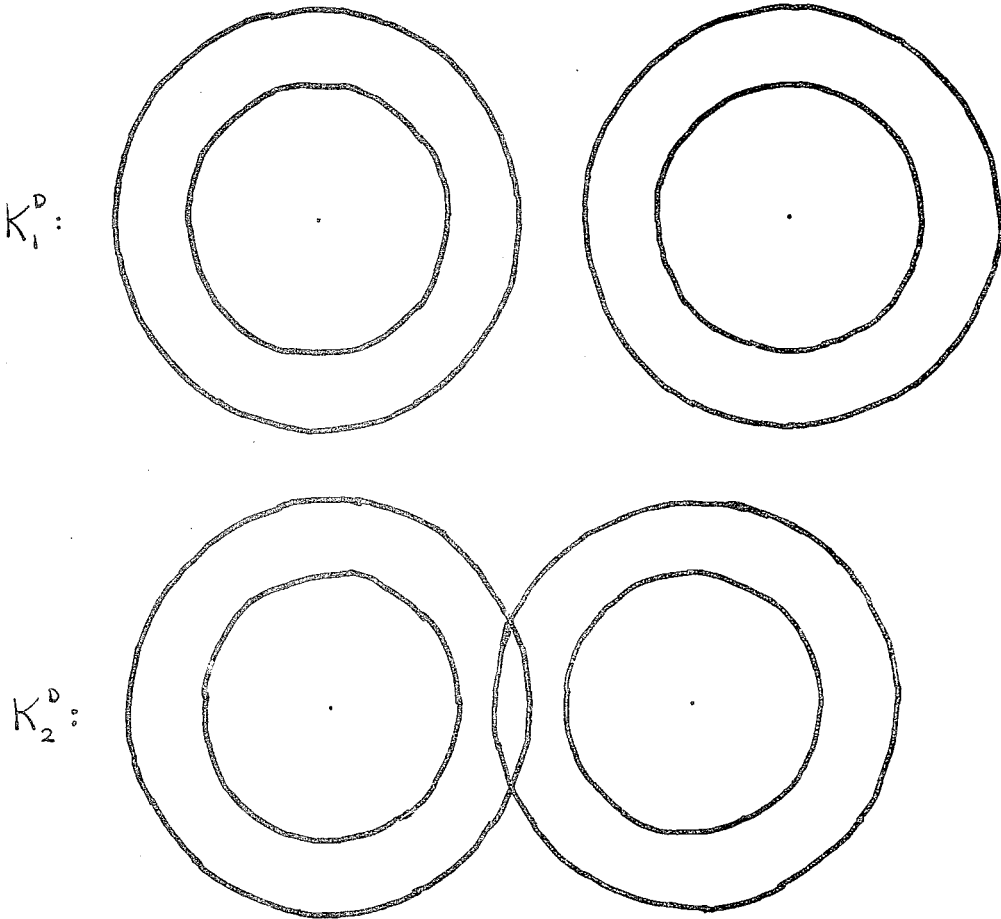
gibi üç ayrı konumda etkileşebilirler. Bu konumlarda potansiyeller ise

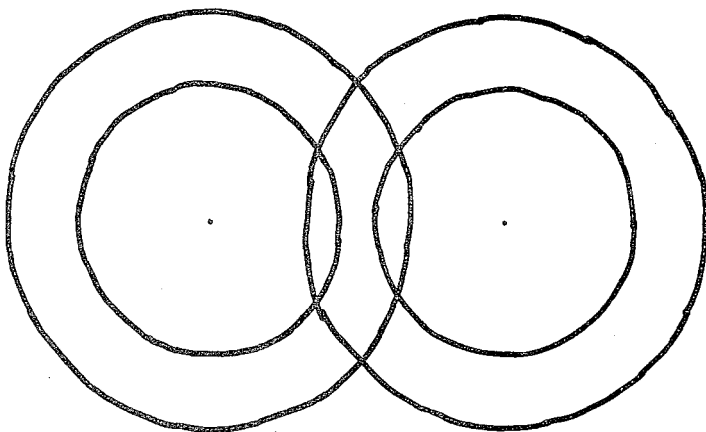
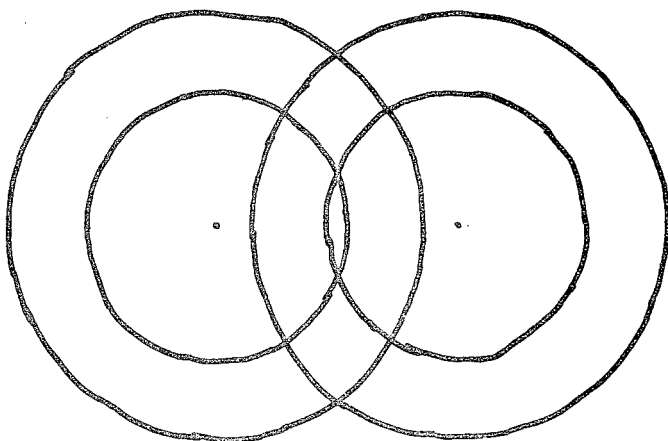
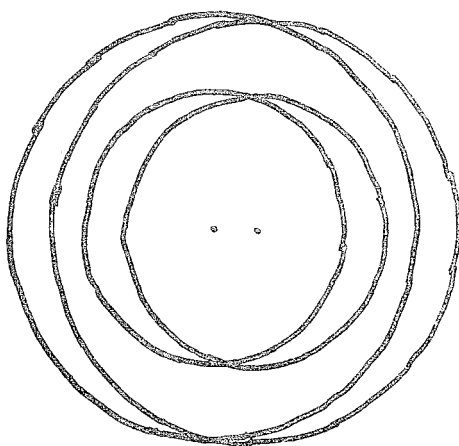
$$V_{ab}^{(1)} = \frac{Q_a Q_b}{x}$$

$$V_{ab}^{(2)} = \frac{Q_a Q_b}{x} \left[1 - \frac{(a+b-x)^2}{4ab} \right]$$

$$V_{ab}^{(3)} = \frac{Q_a Q_b}{a}$$

olarak bulunur. İki küresel dipol tabaka ise



$K_3^D:$  $K_4^D:$  $K_5^D:$ 

tipinde beş ayrı konumda etkileşir. Bu durumda etkileşme potansiyeli,

$$V_{gg}(x) = \begin{cases} V_{aa}^{(2)} + 2 V_{ab}^{(3)} + V_{bb}^{(2)} & , 0 \leq x \leq a-b \\ V_{aa}^{(2)} + 2 V_{ab}^{(2)} + V_{bb}^{(2)} & , a-b \leq x \leq 2b \\ V_{aa}^{(2)} + 2 V_{ab}^{(2)} + V_{bb}^{(1)} & , 2b \leq x \leq a+b \\ V_{aa}^{(2)} + 2 V_{ab}^{(1)} + V_{bb}^{(1)} & , a+b \leq x \leq 2a \\ V_{aa}^{(3)} + 2 V_{ab}^{(1)} + V_{bb}^{(1)} & , 2a \leq x < \infty \end{cases}$$

denklemleri ve $Q_a = -Q_b = g'$ kullanılarak

$$V_{gg}(x) = \begin{cases} g'^2 \frac{[-Rx(a^2 + b^2) + 4ab(a-b)]}{4a^2 b^2} & , 0 \leq x \leq a-b \\ g'^2 \frac{(a-b)^2 (-R^2 x^2 + 2ab)}{4a^2 b^2 Rx} & , a-b \leq x \leq 2b \\ g'^2 \frac{\{-bR^2 x^2 + 2a[(a-Rx)^2 + b^2]\}}{4a^2 b Rx} & , 2b \leq x \leq a+b \\ g'^2 \frac{(2a-Rx)^2}{4a^2 Rx} & , a+b \leq x \leq 2a \\ 0 & , 2a \leq x < \infty \end{cases}$$

olarak elde edilir.

Bu noktada,

$$a = (1+\delta)R, \quad b = (1-\delta)R, \quad u_0 = \frac{g'^2}{(1-\delta)^2 R}$$

yerleştirilerek denklem VII. 5 deki $V_{gg}(x)$ ifadesine erişilebilir.

EK 8: $\tilde{V}_{gg}(\chi)$ IN ELDE EDİLMESİ

$$F(\chi) = \frac{4\pi}{\chi} \int_0^{\infty} r \sin(\chi r) \rho(r) dr$$

$$\rho(r) = g' \frac{\delta(r-a)}{4\pi r^2} - g' \frac{\delta(r-b)}{4\pi r^2}$$

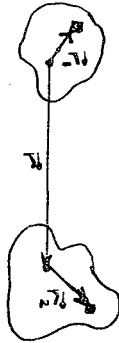
$$F(\chi) = \frac{g'}{\chi} \int_0^{\infty} \frac{\sin(\chi r)}{r} [\delta(r-a) - \delta(r-b)] dr$$

$$F(\chi) = g' \left[\frac{\sin(\chi a)}{\chi a} - \frac{\sin(\chi b)}{\chi b} \right]$$

$$b, a \rightarrow R, \quad a-b \rightarrow 2\delta R, \quad \delta \ll 1$$

$$F(\chi) \simeq g' \frac{d}{dz} \left[\frac{\sin z}{z} \right]_{z=\chi R} \quad (2\chi\delta R)$$

$$\frac{F(\chi)}{e} \simeq 2 g' \frac{\delta}{e} \chi R j_1(\chi R)$$



$$\vec{r}_{12} \equiv \vec{r}_1 + \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

$$\gamma \left(\frac{r_1}{r_1}, \frac{r_2}{r_2}, \frac{r_1}{r_{12}} \right) = 1$$

$$V_{00}(\vec{r}) = \int d^3r_1 \int d^3r_2 \rho_1(\vec{r}_1) \rho_2(\vec{r}_2) V_{..}(\vec{r}_{12})$$

$$\tilde{V}_{00}(\vec{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3r V_{00}(\vec{r}) e^{-i\vec{x} \cdot \vec{r}}$$

$$\tilde{V}_{00}(\vec{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \iiint d^3r_1 d^3r_2 \rho_1(\vec{r}_1) \rho_2(\vec{r}_2) V_{..}(\vec{r}_{12}) e^{-i\vec{x} \cdot \vec{r}}$$

$$\tilde{V}_{00}(\vec{x}) = \frac{(2\pi)^3}{(2\pi)^{3/2}} \iiint d^3r_1 d^3r_2 \rho_1(\vec{r}_1) \rho_2(\vec{r}_2) V_{..}(\vec{r}_{12}) e^{-i\vec{x} \cdot \vec{r}_1} e^{-i\vec{x} \cdot \vec{r}_2} e^{i\vec{x} \cdot \vec{r}_2}$$

$$\tilde{V}_{00}(\vec{x}) = (2\pi)^3 \tilde{\rho}_1(\vec{x}) \tilde{\rho}_2(-\vec{x}) \tilde{V}_{..}(\vec{x})$$

$$\tilde{V}_{00}(\vec{x}) = F_1(\vec{x}) F_2(-\vec{x}) \tilde{V}_{..}(\vec{x})$$

$$\tilde{V}_{00}(x) = F_1(x) F_2(x) \tilde{V}_{..}(x)$$

EK 9 : $\tilde{V}_{00}(x)$ $F_1(x)$ $F_2(x)$ $\tilde{V}_{..}(x)$ DENKLEMİ

EK 10 : HARMONİK OSİLATÖRLERDE KUTUPLAŞMA

$$E_0^{(2)} = -\frac{1}{2} \beta B^2 \quad \vec{B} = B \hat{z} \quad H_1 = -g B z$$

$$E_0^{(2)} = \sum_n' \frac{|\langle 000 | -g B z | n \rangle|^2}{E_0^0 - E_n^0}$$

$$E_0^{(2)} = g^2 B^2 \sum_n' \frac{|\langle 000 | z | n_1 n_2 n_3 \rangle|^2}{E_0^0 - E_n^0}$$

$$\beta = -2 g^2 \frac{|\langle 0 | z | 1 \rangle|^2}{E_0^0 - E_1^0} = \frac{2 g^2}{\hbar \omega} |\langle 0 | z | 1 \rangle|^2$$

$$z = \sqrt{\frac{\hbar}{2 M \omega}} (a + a^\dagger)$$

$$\beta = \frac{2 g^2}{\hbar \omega} \frac{\hbar}{2 M \omega} |\langle 0 | a | 1 \rangle|^2 = \frac{g^2}{M \omega^2}$$

$$\omega^2 = \frac{2 g^2}{M R^3}$$

$$\beta = \frac{R^3}{2}$$

EK 11 : KÜTLE SPEKTRUMU

$$|\nu l m\rangle = |\nu l\rangle |l m\rangle$$

$$\nu=0 \Rightarrow |\nu l\rangle \rightarrow |0 l\rangle$$

$$|0 l\rangle \rightarrow \left[\frac{2^{2l+3} (l+1)!}{\sqrt{\pi} (2l+2)!} \right]^{1/2} z^l e^{-z^2/2}$$

$$\langle l | z^2 | l \rangle = \frac{2^{2l+3} (l+1)!}{\sqrt{\pi} (2l+2)!} \int_0^\infty z^{2l+4} e^{-z^2} dz$$

$$\langle l | z^2 | l \rangle = (l + 3/2)$$

$$\frac{\langle l | z^2 | l \rangle}{\langle 0 | z^2 | 0 \rangle} = \frac{2l+3}{3} //$$

$$\langle l | z^3 | l \rangle = \frac{2^{2l+3} (l+1)!}{\sqrt{\pi} (2l+2)!} \int_0^\infty z^{2l+5} e^{-z^2} dz$$

$$\langle l | z^3 | l \rangle = \frac{2^{2l+2} (l+1)! (l+2)!}{\sqrt{\pi} (2l+2)!}$$

$$\frac{\langle l | z^3 | l \rangle}{\langle 0 | z^3 | 0 \rangle} = \frac{2^{2l} (l+1)! (l+2)!}{(2l+2)!} //$$

$$\langle l | z^4 | l \rangle = \frac{2^{2l+3} (l+1)!}{\sqrt{\pi} (2l+2)!} \int_0^\infty z^{2l+6} e^{-z^2} dz$$

$$\langle l | z^4 | l \rangle = (l + \frac{3}{2})(l + \frac{5}{2})$$

$$\frac{\langle l | z^4 | l \rangle}{\langle 0 | z^4 | 0 \rangle} = \frac{(2l+3)(2l+5)}{15} //$$

$$\langle l | z^5 | l \rangle = \frac{2^{2l+3} (l+1)!}{\sqrt{\pi} (2l+2)!} \int_0^\infty z^{2l+7} e^{-z^2} dz$$

$$\langle l | z^5 | l \rangle = \frac{2^{2l+2} (l+1)! (l+3)!}{\sqrt{\pi} (2l+2)!}$$

$$\frac{\langle l | z^5 | l \rangle}{\langle 0 | z^5 | 0 \rangle} = \frac{2^{2l+1} (l+1)! (l+3)!}{(2l+2)! 3!}$$

$$R_{ln} \equiv \frac{\langle l | z^n | l \rangle}{\langle 0 | z^n | 0 \rangle}$$

$$E = \sum_n R_{ln} E_n$$

$$l=0 \Rightarrow E = E_0 + E_2 + E_3 + E_4 + E_5$$

$$l=1 \Rightarrow E = E_0 + \frac{5}{3} E_2 + 2 E_3 + \frac{7}{3} E_4 + \frac{8}{3} E_5$$

$$l=2 \Rightarrow E = E_0 + \frac{7}{3} E_2 + \frac{16}{5} E_3 + \frac{21}{5} E_4 + \frac{16}{3} E_5$$

$$\nu=1 \quad |10\rangle \rightarrow \left[\frac{8}{3\sqrt{\pi}} \right]^{\frac{1}{2}} (z^2 - \frac{3}{2}) e^{-z^2/2}$$

$$\langle 10 | z^2 | 10 \rangle = \frac{8}{3\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} z^4 (z^4 - 3z^2 + \frac{9}{4}) e^{-z^2} dz$$

$$\langle 10 | z^2 | 10 \rangle = \frac{7}{2} \quad \frac{\langle 10 | z^2 | 10 \rangle}{\langle 00 | z^2 | 00 \rangle} = \frac{7}{3} //$$

$$\langle 10 | z^3 | 10 \rangle = \frac{8}{3\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} z^5 (z^4 - 3z^2 + \frac{9}{4}) e^{-z^2} dz$$

$$\langle 10 | z^3 | 10 \rangle = \frac{14}{\sqrt{\pi}} \quad \frac{\langle 10 | z^3 | 10 \rangle}{\langle 00 | z^3 | 00 \rangle} = \frac{7}{2}$$

$$\langle 10 | z^4 | 10 \rangle = \frac{8}{3\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} z^6 (z^4 - 3z^2 + \frac{9}{4}) e^{-z^2} dz$$

$$\langle 10 | z^4 | 10 \rangle = \frac{75}{4} \quad \frac{\langle 10 | z^4 | 10 \rangle}{\langle 00 | z^4 | 00 \rangle} = 5$$

$$\langle 10 | z^5 | 10 \rangle = \frac{8}{3\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} z^7 (z^4 - 3z^2 + \frac{9}{4}) e^{-z^2} dz$$

$$\langle 10 | z^5 | 10 \rangle = \frac{82}{\sqrt{\pi}} \quad \frac{\langle 10 | z^5 | 10 \rangle}{\langle 00 | z^5 | 00 \rangle} = \frac{41}{6}$$

	<u>R2</u>	<u>R3</u>	<u>R4</u>	<u>R5</u>
$ 00\rangle :$	1	1	1	1
$ 01\rangle :$	5/3	2	7/3	8/3
$ 02\rangle :$	7/3	16/5	21/5	16/3
$ 10\rangle :$	7/3	7/2	5	41/6

1007

```

10 E0=-40393.49548
20 E2=677.176848
30 E3=-22.12266768
40 E4=-9.581537707
50 E5=0.029670041
60 M=19941.49658
70 R2=1
80 R3=1
90 R4=1
100 R5=1
110 F=E0+R2*E2+R3*E3+R4*E4+R5*E5
120 M1=2*M+E
130 PRINT "E0=";E0;"E2=";R2*E2;"E3=";R3*E3
140 PRINT "E4=";R4*E4;"E5=";R5*E5;"E=";E
150 PRINT "2M=";2*M,"      ","M1=";M1
160 END

```

E0=-40393.49548	E2= 677.176848	E3=-22.12266768
E4=-9.581537707	E5= 0.029670041	E=-39747.99317
2M= 39882.99316		M1= 134.9999926

101>

```

10 F0=-40393.49548
20 E2=677.176848
30 E3=-22.12266768
40 E4=-9.581537707
50 E5=0.029670041
60 M=19941.49658
70 R2=5/3
80 R3=2
90 R4=7/3
100 R5=8/3
110 E=F0+R2*E2+R3*E3+R4*E4+R5*E5
120 M1=2*M+E
130 PRINT "F0=";F0;"E2=";R2*E2;"E3=";R3*E3
140 PRINT "E4=";R4*E4;"E5=";R5*E5;"E=";E
150 PRINT "2M=";2*M,"      "; "M1=";M1
160 END

```

E0=-40393.49548	E2= 1128.62808	F3=-44.24533536
E4=-22.35692132	E5= 0.079120109	E=-39331.39054
2M= 39882.99316		M1= 551.6026234

102 >

```

10 E0=-40393.49548
20 E2=677.176848
30 E3=-22.12266768
40 E4=-9.581537707
50 E5=0.029670041
60 M=19941.49658
70 R2=7/3
80 R3=16/5
90 R4=21/5
100 R5=16/3
110 E=E0+R2*E2+R3*E3+R4*E4+R5*E5
120 M1=2*M+E
130 PRINT "E0=";E0;"E2=";R2*E2;"E3=";R3*E3
140 PRINT "E4=";R4*E4;"E5=";R5*E5;"E=";E
150 PRINT "2M=";2*M,"      ","M1=";M1
160 END

```

E0=-40393.49548	E2= 1580.079312	E3=-70.79253658
E4=-40.24245837	E5= 0.158240219	E=-38924.29292
2M= 39882.99316		M1= 958.7002372

110>

```
10 F0=-40393.49548
20 E2=677.176848
30 E3=-22.12266768
40 E4=-9.581537707
50 E5=0.029670041
60 M=19941.49658
70 R2=7/3
80 R3=7/2
90 R4=5
100 P5=41/6
110 E=E0+R2*E2+R3*E3+R4*E4+R5*E5
120 M1=2*M+E
130 PRINT "E0=";E0;"E2=";R2*E2;"E3=";R3*E3
140 PRINT "E4=";R4*E4;"E5=";R5*E5;"E=";E
150 PRINT "2M=";2*M,"      ";"M1=";M1
160 END
```

E0=-40393.49548	E2= 1580.079312	E3=-77.42933688
E4=-47.90768854	E5= 0.202745280	E=-38938.55045
2M= 39882.99316		M1= 944.4427119